Appendice 6

Dimostrazione delle equazioni (1-65) e (1-66)

Nel capitolo 1 è stata discussa l'equazione (1-51) per il calcolo del numero totale dell'unità di trasferimento con l'impostazione dei calcoli relativi alla fase liquida per colonne impaccate che trattano miscele diluite, assumendo un coefficiente di Henry, *m*, costante:

$$N_{OG} = \int_{y_2}^{y_1} \frac{dy}{y - y^*} \tag{1-51}$$

Dalla (1-4) risulta, essendo *G* ed *L* costanti:

$$y = \frac{L}{G}\left(x - x_1\right) + y_1 \tag{A6-1}$$

Inoltre:

$$y^* = mx \tag{1-11}$$

Pertanto per sottrazione tra le due equazioni precedenti risulta:

$$y - y^* = \alpha x + \beta \tag{A6-2}$$

dove:

$$\alpha = \frac{L}{G} - m; \beta = y_1 - \frac{L}{G}\ x_1 \tag{A6-3}$$

Inoltre dalla (A6-1) segue:

$$dy = \frac{L}{G} dx \tag{A6-4}$$

Sostituendo la (A6-2) in (1-51) risulta, cambiando i limiti dell'integrale da $y_2 - y_1$ a $x_2 - x_1$:

$$N_{OG} = \frac{L}{G}\int_{x_2}^{x_1} \frac{dx}{\alpha x + \beta} = \frac{L}{G\alpha} ln \frac{\alpha x_1 + \beta}{\alpha x_2 + \beta} \qquad \text{(A6-5)}$$

Si può scrivere la (A6-2) per le sezioni *1* e *2*:

$$\left.\begin{aligned} y_1 - y_1^* &= \alpha x_1 + \beta \\ y_2 - y_2^* &= \alpha x_2 + \beta \end{aligned}\right\} \qquad \text{(A6-6)}$$

Da queste due equazioni si ricava α per sottrazione membro a membro:

$$\alpha = \frac{\left(y_1 - y_1^*\right) - \left(y_2 - y_2^*\right)}{\left(x_1 - x_2\right)} \qquad \text{(A6-7)}$$

Il bilancio globale (sezioni *1* e *2*) dà, in analogia con la (A6-1):

$$\frac{L}{G} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} \qquad \text{(A6-8)}$$

Pertanto introducendo i secondi membri nelle (A6-6), (A6-7), (A6-8) nel secondo della (A6-5) risulta:

$$N_{OG} = \left(\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}\right)\left[\frac{x_1 - x_2}{\left(y_1 - y_1^*\right)\left(y_2 - y_2^*\right)}\right] ln \frac{y_1 - y_1^*}{y_2 - y_2^*} \qquad \text{(A6-9)}$$

Si ricava così, dopo semplificazione, l'equazione (1-66) del testo:

$$N_{OG} = \int_{y_2}^{y_1} \frac{dy}{y - y^*} = \frac{y_1 - y_2}{\left(y - y^*\right)_{mln}} \qquad \text{(1-66)}$$

dove:

$$\left(y - y^*\right)_{mln} = \frac{\left(y_1 - y_1^*\right) - \left(y_2 - y_2^*\right)}{ln \dfrac{y_1 - y_1^*}{y_2 - y_2^*}}$$

L'equazione (A6-5) può essere riscritta nel modo seguente sostituendo al secondo membro il primo delle (A6-6) e introducendo la definizione di α della prima delle (A6-3):

$$N_{OG} = \frac{\frac{L}{G}}{\frac{L}{G} - m} ln \frac{y_1 - y_1^*}{y_2 - y_2^*} \qquad \text{(A6-10)}$$

ovvero, poiché $y_1^* = mx_1$ e $y_2^* = mx_2$ segue:

$$N_{OG} = \frac{\frac{L}{G}}{\frac{L}{G} - m} ln \frac{y_1 - mx_1}{y_2 - mx_2} \qquad \text{(A6-11)}$$

Dal bilancio molare globale, prima scritto (A6-8) si ricava x_1 che è un dato immediatamente noto:

$$x_1 = \frac{G}{L}\left(y_1 - y_2\right) + x_2 \qquad \text{(A6-12)}$$

Tale valore introdotto nel secondo membro della (A6-11) permette di eliminare dal calcolo di N_{OG} il valore di x_2. Ricordando la definizione del fattore di assorbimento $A = \frac{L}{mG}$ segue:

$$N_{OG} = \left(\frac{1}{1 - \frac{1}{A}}\right) ln \frac{y_1 - m\left[\frac{G}{L}\left(y_1 - y_2\right) + x_2\right]}{y_2 - mx_2} \qquad \text{(A6-13)}$$

Il numeratore del termine logaritmico può essere sviluppato svolgendo i prodotti e addizionando e sottraendo mx_2. Si ricava pertanto l'equazione:

$$N_{OG} = \left(\frac{1}{1 - \frac{1}{A}}\right) ln \left[\left(\frac{y_1 - mx_2}{y_2 - mx_2}\right)\left(1 - \frac{1}{A}\right) + \frac{1}{A}\right] \qquad \text{(1-65)}$$

Poiché spesso $x_2 = 0$ e $\frac{y_1}{y_2}$ è un dato che si può fissare all'inizio come percentuale di purificazione, (P_P), o percentuale di assorbimento (per esempio

P_P = 100 corrisponde a $\frac{y_1}{y_2} = 0.01$) ne deriva che N_{OG} è funzione solo di A. Se $x_2 \neq 0$ la (1-65) da luogo a grafici del tipo riportato nella figura 1-11. Per il desorbimento vale l'equazione (1-86) del tutto simile alla precedente:

$$N_{OL} = \frac{1}{1-A} ln \left[\frac{x_2 - \left(\frac{y_1}{m} \right)}{x_1 - \left(\frac{y_1}{m} \right)} (1-A) + A \right] \tag{1-86}$$

Il calcolo del numero totale di unità di trasferimento, espresso come N_{OG} o N_{OL}, deriva dall'uso delle equazioni (1-33) per N_{OG} o (1-34) per N_{OL}. In genere è più utile scegliere l'equazione relativa alla fase che offre maggiore resistenza al trasferimento di massa, quindi con i relativi coefficienti globali di trasporto K_G (1-33), K_L (1-34). E' implicito per le (1-65) e (1-86) che si sia assunto per l'assorbimento la maggiore resistenza per la fase gas e per il desorbimento quella della fase liquida.