

5. I CONTATORI E I DIVISORI DI IMPULSI

5.1 IL CIRCUITO OSCILLANTE

Prima di affrontare lo studio degli oscillatori è opportuno richiamare alcuni concetti fondamentali sui *circuiti oscillanti*, detti anche *oscillatori*.

Come primo passo si prende in esame il comportamento di un circuito LC , costituito da un condensatore di capacità C e da una induttanza L (vedi fig. 5.1). Per caricare il condensatore si utilizza la forza elettromotrice V , mentre l'interruttore I_1 è chiuso e l'interruttore I_2 è aperto.

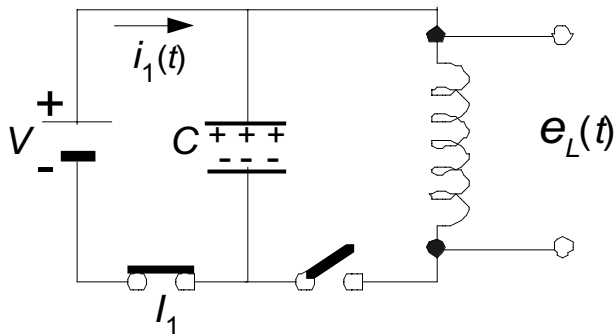


Figura 5.1. Il circuito LC in fase di caricamento.

Quando la tensione del condensatore ha raggiunto il valore V , la corrente cessa di fluire attraverso la maglia e l'energia accumulata nel condensatore è pari a:

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot CV^2$$

Questa relazione si ottiene considerando il legame fra la tensione $e_c(t)$ ai capi del condensatore e la corrente, $i_1(t)$ di carica:

$$e_c(t) = \frac{1}{C} \cdot \int_0^{\infty} i_1(t') \cdot dt'$$

Derivando questa equazione e moltiplicando ambo i membri per $e_c(t)$ si ottiene:

$$C \cdot e_c(t) \cdot de_c(t) = i_1(t) \cdot e_c(t) \cdot dt$$

Il secondo membro di questa relazione esprime l'energia, che è necessario fornire alla carica $i_1(t) \cdot dt$ per superare la barriera di potenziale $e_c(t)$, cosicché integrando ambo i membri, si ottiene l'energia totale accumulata nel condensatore:

$$E_c = C \cdot \int_0^V e_c(t) \cdot de_c = \frac{1}{2} \cdot C \cdot V^2$$

Terminata la carica del condensatore, l'interruttore I_1 viene aperto, mentre l'interruttore I_2 viene chiuso e il condensatore incomincia a scaricarsi, come mostrato nella figura 5.2.

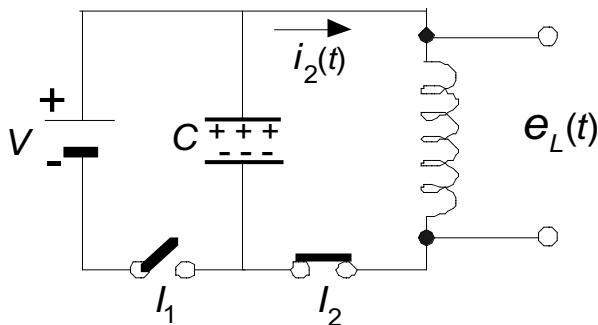


Figura 5.2. Il circuito oscillante LC .

Alla tensione V del condensatore si sovrappone la tensione generata dalla corrente $i_2(t)$, che circola nella maglia LC , che accumula sulle piastre del condensatore delle cariche elettriche. Per il principio di Kirchoff sulle tensioni¹ si ha:

$$V - e_c(t) - e_L(t) = 0$$

¹ Vedi il paragrafo *Brevi richiami di elettrotecnica* nel Capitolo *Note su alcuni componenti elettronici*.

$$V = \frac{1}{C} \cdot \int_0^t i_2(t') \cdot dt' + L \cdot \frac{di_2(t)}{dt}$$

in cui $e_c(t)$ è la tensione ai capi del condensatore, dovuta alla corrente $i_2(t)$; $e_L(t)$ è la tensione ai capi dell'induttanza. Derivando questa espressione:

$$\frac{1}{C} \cdot i_2(t) + L \cdot \frac{d^2 i_2(t)}{dt^2} = 0$$

si ottiene una equazione omogenea, la cui soluzione è²:

$$i_2(t) = k \cdot e^{at} \cdot \text{sen}(b \cdot t + \psi),$$

poiché le radici dell'equazione sono complesse e coniugate, con $a=0$ e $b = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} = \frac{1}{\tau}$,
per cui:

$$i_2(t) = k \cdot \text{sen}\left(\frac{1}{\sqrt{\tau}} \cdot t + \psi\right)$$

Le due costanti k e ψ sono identificate tramite le due condizioni al contorno:

$$i_2(t) = 0, \text{ per } t = 0$$

$$e = V, \text{ per } t = 0 \text{ ai capi dell'induttanza.}$$

Dalla prima condizione si deduce che lo sfasamento è nullo $\psi = 0$.

La tensione ai capi dell'induttanza è data dalla seguente espressione:

$$e_L(t) = L \cdot \frac{1}{\sqrt{\tau}} k \cdot \cos \frac{1}{\sqrt{\tau}} \cdot t$$

da cui, sfruttando la seconda condizione, si ottiene:

$$k = V \cdot \sqrt{\frac{C}{L}}$$

Poiché nel circuito non sono presenti elementi resistivi, si assiste ad uno scambio di energia di tipo sinusoidale fra la capacità e l'induttanza e la tensione ai capi dell'induttanza ha un andamento sinusoidale, come mostrato nella figura 5.3.

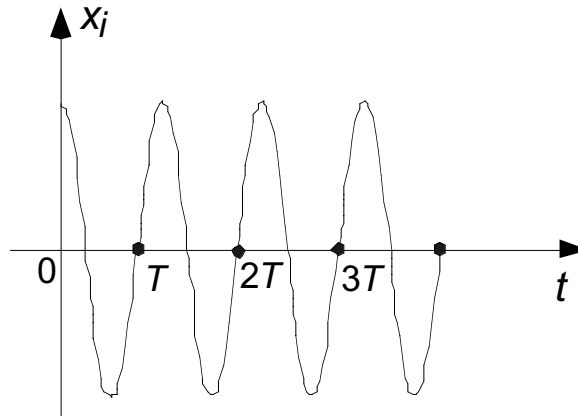


Figura 5.3. Andamento della tensione ai capi dell'induttanza del circuito di Figura 5.2.

Se nel circuito è presente una resistenza, R_1 , come mostrato nella figura 5.4, parte dell'energia viene dispersa nella resistenza e la corrente assume un andamento decrescente nel tempo.

² Vedi il Capitolo *La misura di grandezze tempo-varianti*.

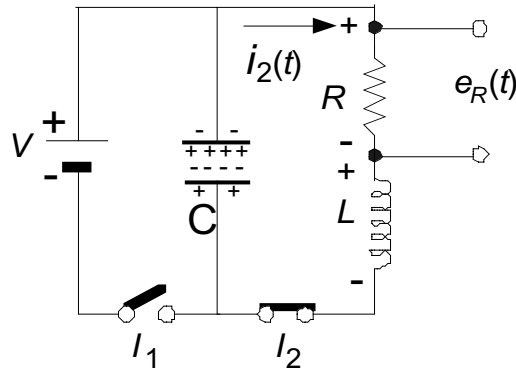


Figura 5.4. Il circuito RLC.

La legge, che regola il comportamento della maglia di destra di questo circuito è data dalla seguente espressione:

$$V + R \cdot i_2(t) + \frac{1}{C} \cdot \int_0^t i_1(t') \cdot dt' + L \cdot \frac{di_2(t)}{dt} = 0$$

la cui derivata è:

$$L \cdot \frac{d^2 i_2(t)}{dt^2} + R \cdot \frac{di_2(t)}{dt} + \frac{1}{C} \cdot i_2(t) = 0$$

$$\tau_L \cdot \frac{d^2 i_2(t)}{dt^2} + \tau_C \cdot \frac{di_2(t)}{dt} + i_2(t) = 0$$

con $\tau_L = L \cdot C$ e $\tau_C = R \cdot C$. Le radici dell'equazione caratteristica sono³:

$$s_1 = -\frac{R}{2 \cdot L} + \frac{1}{2 \cdot L} \cdot \sqrt{R^2 - 4 \cdot \frac{L}{C}}$$

$$s_2 = -\frac{R}{2 \cdot L} - \frac{1}{2 \cdot L} \cdot \sqrt{R^2 - 4 \cdot \frac{L}{C}}$$

Se la resistenza è tale che:

$$R^2 < 4 \cdot \frac{L}{C}$$

allora le radici sono complesse e coniugate e la soluzione dell'equazione differenziale diventa:

$$i_2(t) = k \cdot e^{-\frac{R}{2L}t} \cdot \text{sen} \left\{ \frac{1}{2 \cdot L} \cdot \sqrt{4 \cdot \frac{L}{C} - R^2} \cdot t + \psi \right\}$$

La tensione ai capi della resistenza è:

$$e_R(t) = R \cdot k \cdot e^{-\frac{R}{2L}t} \cdot \text{sen} \left\{ \frac{1}{2 \cdot L} \cdot \sqrt{4 \cdot \frac{L}{C} - R^2} \cdot t + \psi \right\}$$

il cui andamento è mostrato nella figura 5.5. La tensione è di tipo sinusoidale con l'ampiezza decrescente nel tempo.

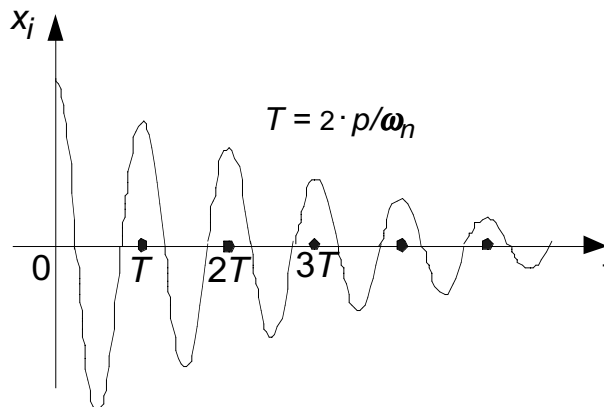


Figura 5.5. L'andamento della tensione ai capi della resistenza di un circuito RLC.

³ Vedi il Capitolo La misura di grandezze tempo-varianti.

Se si volesse mantenere l'ampiezza costante, è necessario integrare l'energia persa per effetto Joule nella resistenza tramite un circuito esterno, sintonizzato con l'andamento oscillante della tensione. In questo modo si realizzano i *circuiti oscillanti*, o *oscillatori*, la cui uscita è una tensione sinusoidale con ampiezza e frequenza costanti nel tempo.

Questi oscillatori vengono impiegati, sia nei generatori di funzioni sinusoidali, sia negli strumenti che scandiscono il tempo, i cosiddetti *clock*, che emettono impulsi con una frequenza costante.

GLI OSCILLATORI SINUSOIDALI

Gli oscillatori sinusoidali hanno la caratteristica di fornire in uscita una tensione sinusoidale con ampiezza e frequenza costanti, avendo in ingresso una tensione continua, come mostrato nella figura 5.6,

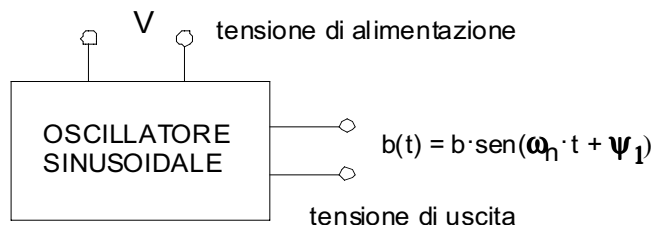


Figura 5.6. Rappresentazione a quadripolo di un oscillatore sinusoidale.

in cui b è l'ampiezza della tensione, ω è la sua frequenza e ψ la sua fase.

L'oscillatore sinusoidale è composto di due moduli: un modulo, detto *amplificatore* e un modulo, detto *rete di reazione*, come mostrato nella figura 5.7.

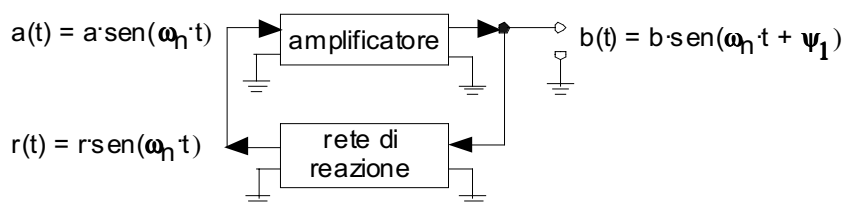


Figura 5.7. I moduli dell'oscillatore sinusoidale.

L'amplificatore fornisce energia al segnale di ingresso, mentre la rete di reazione ha il compito di selezionare la frequenza, ω_n , di lavoro e di generare il segnale di uscita uguale, in ampiezza e fase, a quello di ingresso all'amplificatore. I due moduli godono della caratteristica della linearità⁴.

Il funzionamento di questo oscillatore può essere descritto qualitativamente nel seguente modo.

1. All'ingresso dell'amplificatore è presente, all'istante t , la tensione

$$a(t) = a \cdot \text{sen } \omega_n \cdot t$$

caratterizzata da una ampiezza a e da una frequenza ω_n ;

2. All'uscita dal modulo di amplificazione la tensione è data dalla seguente espressione:

$$b(t) = b \cdot \text{sen}(\omega_n + \psi_1)$$

in cui l'ampiezza b è superiore a quella, a , della funzione di ingresso; l'amplificatore introduce uno sfasamento ψ_1 nel segnale di ingresso.

Dal momento che i segnali sono di tipo sinusoidale e che i due moduli dell'oscillatore hanno un comportamento lineare, l'analisi temporale dell'oscillatore può essere affrontata con l'uso dei vettori rotanti⁵. Il rapporto fra la grandezza vettoriale di uscita e quella di ingresso è detto *Funzione Risposta in Frequenza*, o *guadagno*:

$$\frac{\vec{b}(t)}{\vec{a}(t)} = A(j \cdot \omega_n)$$

in cui:

$$\vec{a}(t) = a \cdot e^{j \cdot \omega_n \cdot t}$$

$$\vec{b}(t) = a \cdot e^{j(\omega_n t + \psi_1)}$$

e, conseguentemente:

$$\frac{\vec{b}(t)}{\vec{a}(t)} = \frac{b}{a} \cdot e^{j \cdot \psi_1}$$

⁴ Vedi il Capitolo *La misura di grandezze tempo-varianti*.

⁵ Vedi il Capitolo *La misura di grandezze tempo-varianti*.

3. La rete di reazione ha il compito di selezionare l'armonica con la frequenza di lavoro, ω_n , di annullare tutte le armoniche con frequenze diverse da ω_n e di riportare l'ampiezza e la fase della tensione di uscita ai valori del segnale di ingresso all'amplificatore:

$$r(t) = r \cdot \text{sen } \omega_n \cdot t$$

che in forma vettoriale diventa:

$$\vec{r}(t) = r \cdot e^{j\omega t}$$

Il guadagno di questo modulo è dato dalla espressione:

$$\beta(j \cdot \omega_n) = \frac{\vec{r}(t)}{\vec{b}(t)} = \frac{r}{b} \cdot e^{-j\psi_1}$$

Il guadagno dell'anello chiuso *amplificatore-rete di reazione* è dato dal prodotto delle due *Funzioni Risposta in Frequenza*:

$$\frac{\vec{r}(t)}{\vec{a}(t)} = \frac{\vec{b}(t)}{\vec{a}(t)} \cdot \frac{\vec{r}(t)}{\vec{b}(t)} = A(j \cdot \omega_n) \cdot \beta(j \cdot \omega_n)$$

Come primo passo per l'analisi del comportamento dell'oscillatore, si considera il sistema della figura 5.8, che differisce da quello dell'oscillatore, solo per il fatto di essere un sistema a ciclo aperto, alimentato da un segnale scollegato dalla rete di reazione.

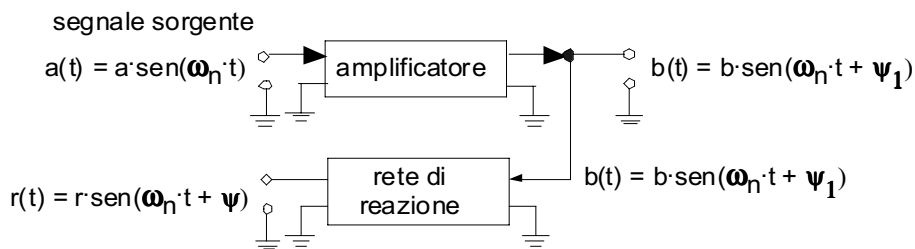


Figura 5.8. Amplificatore e -rete di reazione ad anello aperto.

Se le tensioni sono di tipo sinusoidale, anche in questo caso i due moduli si comporteranno come descritto più sopra, con la differenza, che la tensione di uscita dalla rete di reazione avrà, nel caso più generale, la seguente espressione:

$$r(t) = r \cdot \text{sen}(\omega_n \cdot t + \psi)$$

in cui ψ è lo sfasamento complessivo, introdotto dall'amplificatore e dalla rete di reazione. Per fare in modo che l'ampiezza, r , sia uguale a quella della tensione di ingresso, a e lo sfasamento ψ sia nullo, occorre che il guadagno complessivo goda delle seguenti proprietà:

$$|A(j \cdot \omega) \cdot \beta(j \cdot \omega_n)| = 1$$

$$\tan^{-1}\{A(j \cdot \omega_n) \cdot \beta(j \cdot \omega_n)\} = 0$$

cioè il modulo del guadagno totale sia uguale all'unità e lo sfasamento della rete di reazione sia uguale e di segno contrario a quello indotto dall'amplificatore alla frequenza di lavoro, ω_n . In queste condizioni si ha:

$$\frac{\vec{r}(t)}{\vec{a}(t)} = A(j \cdot \omega_n) \cdot \beta(j \cdot \omega_n) = \frac{r \cdot e^{j(\omega_n t + \psi)}}{a \cdot e^{j\omega_n t}} = 1$$

per cui

$$\frac{r}{a} = 1$$

$$\psi = 0$$

da cui si ottiene.

$$r(t) = a \cdot \text{sen } \omega_n \cdot t$$

Un volta raggiunto questo obiettivo, se si collega l'uscita della rete di reazione all'ingresso dell'amplificatore e si scollega quest'ultimo dal segnale di alimentazione, il sistema continua a funzionare, autoalimentandosi (vedi fig. 5.9); si è realizzato in questo modo un *oscillatore*.

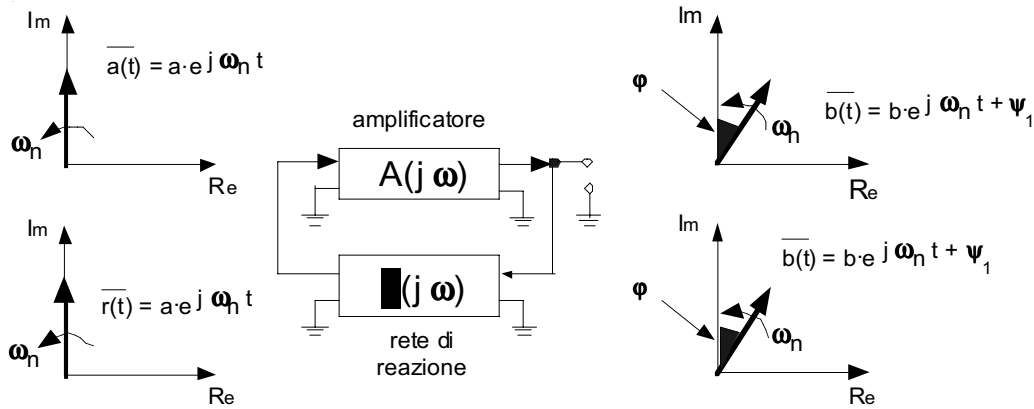


Figura 5.9. Schema di funzionamento dell'amplificatore e del modulo di reazione a ciclo chiuso.

In questa figura sono evidenziati i vettori rotanti, che girano con velocità angolare ω_n all'ingresso e all'uscita di ogni blocco. La condizione:

$$A(j \cdot \omega_n) \cdot \beta(j \cdot \omega_n) = 1$$

è detta *criterio di Barkhausen*.

Ogni amplificatore è alimentato con una sorgente a tensione continua⁶; non appena l'amplificatore è collegato alla tensione, a causa dei movimenti degli elettroni fra i vari componenti elettronici viene generata all'ingresso dell'amplificatore una debolissima tensione, rapidamente variabile attorno allo zero⁷. Questa tensione, ipotizzando che sia periodica nel tempo con periodo T , è scomponibile in un insieme di funzioni di tipo sinusoidale, ciascuna caratterizzata da una ampiezza, da una frequenza e da una fase (serie di Fourier)⁸:

$$d(t) = d(t+T) = \sum_{k=1}^{\infty} d_k \cdot \text{sen}(k \cdot \omega \cdot t + \varphi_k)$$

con $d(t)$ la tensione di ingresso all'amplificatore e $\omega = 2 \cdot \pi / T$. Ciascun termine della sommatoria è detto *armonica* ed è facile che una armonica della serie abbia la frequenza, $\omega_n = n \cdot \omega$, coincidente con la frequenza di lavoro dell'oscillatore, ω_n , per cui si può isolare questa armonica:

$$d(t) = d_n \cdot \text{sen}(n \cdot \omega \cdot t + \varphi_n) + \sum_{k \neq n} d_k \cdot \text{sen}(k \cdot \omega \cdot t + \varphi_k)$$

Si pongono a questo punto due obiettivi:

- 1 - aumentare il basso valore dell'ampiezza d_n fino al valore desiderato, b ;
- 2 - eliminare il contributo della sommatoria.

Il *primo problema* si risolve, imponendo al guadagno dell'oscillatore un valore superiore all'unità:

$$|A(j \cdot \omega_n) \cdot \beta(j \cdot \omega_n)| > 1$$

$$\text{tang}^{-1}\{A(j \cdot \omega_n) \cdot \beta(j \cdot \omega_n)\} = 0$$

per il tempo necessario a portare l'ampiezza, d_n , dell'armonica al valore desiderato, mantenendo sempre lo sfasamento complessivo uguale a zero; ad ogni passaggio attraverso il circuito *amplificatore-rete di reazione* ogni armonica del segnale di disturbo viene moltiplicata per il modulo dell'amplificazione, $|A(j \cdot \omega) \cdot \beta(j \cdot \omega)|$. Una volta raggiunto il valore desiderato per l'ampiezza d_n , il valore del modulo $|A(j \cdot \omega_n) \cdot \beta(j \cdot \omega_n)|$ deve essere riportato all'unità. Un modo per realizzare il controllo automatico del guadagno è descritto nel paragrafo successivo.

Per risolvere il *secondo problema*, per eliminare, cioè, il contributo di tutte le armoniche con frequenza diversa da quella di lavoro, ω_n , occorre progettare l'*amplificatore* in modo che funzioni anche come un *filtro passa banda*⁹ per lasciare passare l'armonica con frequenza ω_n e bloccare tutte le altre. La figura 5.10a illustra schematicamente il funzionamento del filtro, mentre nella figura 5.10b è mostrato l'andamento del modulo dell'amplificatore in funzione della frequenza, ω .

⁶ Vedi il Capitolo *L'amplificatore operazionale*.

⁷ Questa debolissima tensione viene detta *rumore elettronico* (vedi l'*Amplificatore di carica* nel paragrafo *Alcune applicazioni* nel Capitolo *Sistemi di condizionamento del segnale*).

⁸ Un discorso analogo può essere fatto con funzioni non periodiche, utilizzando la Trasformata di Fourier, invece che la serie di Fourier (vedi il paragrafo *Note sulla serie e sulla trasformata di Fourier* nel Capitolo *La misura di grandezze tempo-varianti*).

⁹ Vedi il Capitolo *Filtri passivi e attivi*.

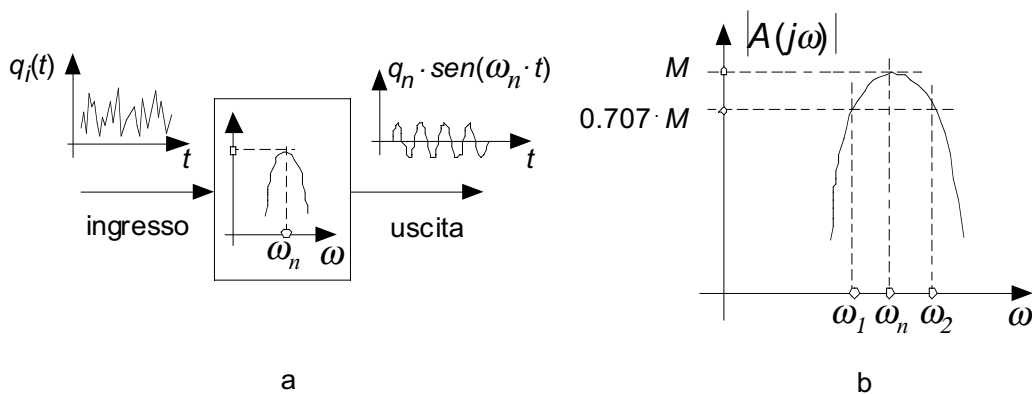


Figura 5.10. Schematizzazione del funzionamento dell'amplificatore (a) e andamento del modulo della Funzione Risposta in Frequenza dell'amplificatore (b).

Più stretta e più ripida è la ampiezza della *banda passante*, $B = \omega_2 - \omega_1$, più selettivo è il funzionamento del sistema come filtro passa banda. L'ampiezza della *banda passante* è definita dalle due armoniche, ω_1 e ω_2 , ottenute dalla intersezione della retta orizzontale, di altezza pari a $0.707 \cdot M$, in cui M è il massimo valore del modulo, come mostrato nella figura 5.10. Il rapporto

$$s = \frac{B}{\omega_n}$$

è chiamato *stabilità in frequenza*; più basso è questo parametro, più stabile è la frequenza selezionata dall'amplificatore. Il valore di questo parametro per gli oscillatori di uso normale si aggira attorno a 0.1%; valori inferiori a questo sono raggiunti dagli oscillatori che utilizzano il quarzo nella rete di reazione¹⁰.

Come esempio di filtro selettore viene presentato il circuito di figura 5.11, posto in serie allo stadio di amplificazione.

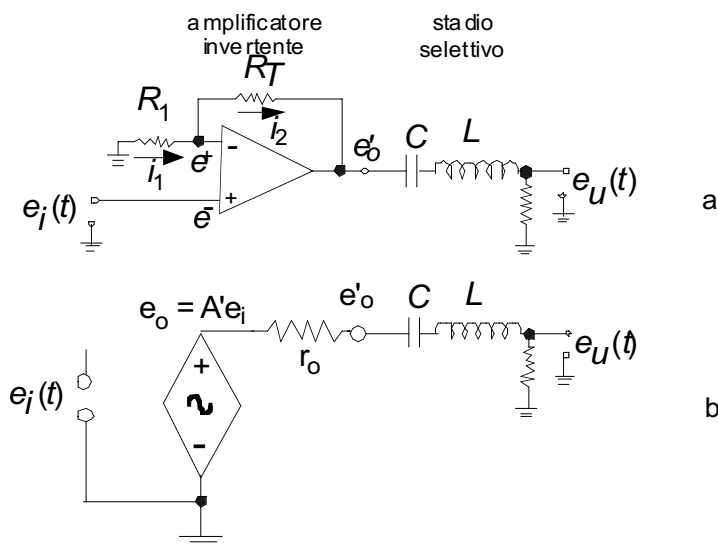


Figura 5.11. Amplificatore selettivo, composto da un amplificatore in serie con un filtro passa banda (a) e il suo schema elettrico (b).

Nell'esempio di figura 5.11a il filtro passa banda è messo in uscita ad un amplificatore invertente¹¹, per cui la tensione all'ingresso del filtro, utilizzando i vettori rotanti¹², è:

$$\bar{e}_o(t) = A' \cdot \bar{e}_i(t) = -\frac{R_T}{R_1} \cdot \bar{e}_i(t)$$

La tensione in uscita dal filtro è data dalla espressione:

$$\bar{e}_u(t) = \bar{e}_o(t) \cdot \frac{R}{R + j \cdot \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C} \right)}$$

¹⁰ Vedi il paragrafo *Gli oscillatori sinusoidali*.

¹¹ Vedi il paragrafo *L'amplificatore operazionale nel Capitolo Sistemi di condizionamento del segnale*.

¹² Vedi il Capitolo *La misura di grandezze tempo-varianti*.

Utilizzando lo schema di figura 5.11b, si ottiene la seguente uguaglianza fra due vettori:

$$\frac{\bar{e}_u(t)}{\bar{e}_i(t)} = \frac{e_u}{e_i} \cdot e^{j\varphi} = -\frac{R_T}{R_1} \cdot \frac{R}{(r_o + R) + j \cdot (\omega \cdot L - 1/\omega \cdot C)}$$

in cui e_u/e_i è il rapporto fra le ampiezze delle tensioni sinusoidali di uscita e di ingresso φ è il loro sfasamento¹³. Il modulo di questo vettore è:

$$\frac{e_u}{e_i} = \frac{R_T}{R_1} \cdot \frac{R}{\{(r_o + R)^2 + (\omega \cdot L - 1/(\omega \cdot C))^2\}^{1/2}}$$

L'andamento del modulo in funzione della frequenza è simile a quello di figura 5.10b e alla frequenza di risonanza, $\omega_n = 1/\sqrt{L \cdot C}$, assume il valore massimo, pari a:

$$M = \frac{R_T}{R_1} \cdot \frac{R}{r_o + R}, \text{ con una fase di } \varphi = 180^\circ$$

L'amplificatore, insieme al filtro passa banda, è detto *amplificatore selettivo*. Questo tipo di amplificatore viene impiegato negli oscillatori sinusoidali, analizzati più avanti.

Da qui in avanti negli schemi di questi oscillatori non verrà mostrato lo *stadio selettivo* per non appesantire la rappresentazione grafica.

IL CONTROLLO AUTOMATICO DEL GUADAGNO

Il controllo automatico del guadagno può essere realizzato, utilizzando un *amplificatore invertente*, o *non invertente*, la cui resistenza in controreazione è sensibile al variare della temperatura.

Si consideri, per esempio, un *amplificatore non invertente*, descritto nella figura 5.12. La resistenza in contro reazione, R_T , ha la caratteristica di essere sensibile al variare della temperatura, essendo realizzata con un termistore a resistenza termica negativa¹⁴ con una resistenza, cioè, che diminuisce all'aumentare della temperatura. L'altra resistenza dell'amplificatore, R_1 , è, invece, insensibile alle variazioni di temperatura. Nella figura è mostrato lo schema di un oscillatore, il cui modulo di amplificazione è costituito da un amplificatore non invertente.

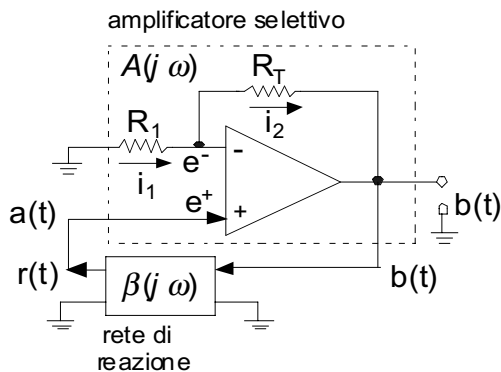


Figura 5.12. Schema di un oscillatore con un amplificatore non invertente selettivo come stadio di amplificazione.

Per studiare il comportamento di questo sistema, è comodo utilizzare per il modulo di amplificazione il teorema di Thèvenin¹⁵ per ottenere un circuito equivalente, costituito da una sorgente di tensione e da una resistenza in serie, come illustrato nella figura 5.13.

¹³ R_o è la resistenza interna dell'amplificatore, normalmente posta uguale a zero (vedi il teorema di Thévenin nel paragrafo *Brevi richiami di elettrotecnica* nel Capitolo *Note su alcuni componenti elettronici*).

¹⁴ Vedi il Capitolo *Misure di temperatura*.

¹⁵ Vedi il paragrafo *Brevi richiami di elettrotecnica* nel Capitolo *Note su alcuni componenti elettronici*.

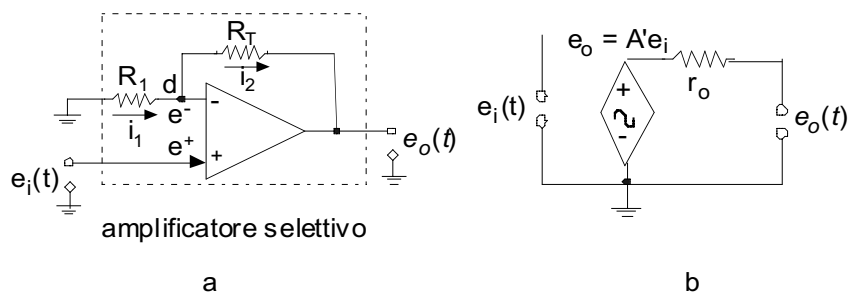


Figura 5.13. L'amplificatore non invertente selettivo (a) e il suo schema elettrico di funzionamento (b).

La tensione, $e_o(t)$, del circuito equivalente si ottiene scollegando l'uscita dell'amplificatore dal carico e misurando la tensione ai morsetti. Nel caso dell'amplificatore non invertente di figura 5.12a, la tensione di uscita è data dalla relazione:

$$e_o(t) = \left(1 + \frac{R_T}{R_1}\right) \cdot e_i(t) = A' \cdot e_i(t)$$

in cui $e_i(t)$ è la tensione di ingresso all'amplificatore. La resistenza, r_o , di uscita (vedi fig. 5.13b) può essere ottenuta scollegando l'amplificatore dalla tensione di ingresso, $e_i(t)$, collegando l'uscita con una tensione di intensità nota, e_s e misurando la corrente, i_s , che entra nell'amplificatore, $r_o = e_s/i_s$. Con queste posizioni il circuito di figura 5.12 può essere sostituito dal seguente schema.

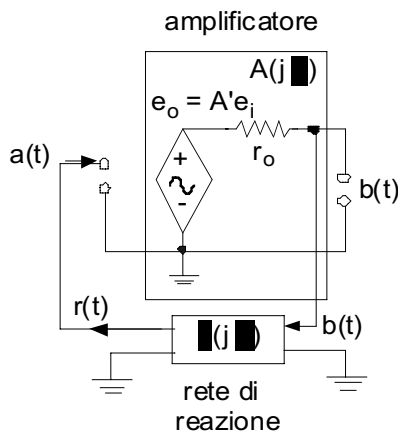


Figura 5.14. Schema elettrico di un oscillatore con un amplificatore non invertente selettivo come modulo di amplificazione.

All'innesco dell'oscillatore, per quanto detto precedentemente, il guadagno dell'anello chiuso *amplificatore-rete di reazione*, deve essere maggiore dell'unità alla frequenza di lavoro, ω_n , per potere amplificare fino al valore desiderato l'ampiezza dell'armonica corrispondente:

$$|A(j \cdot \omega_n) \cdot \beta(j \cdot \omega_n)| > 1, \quad |A(j \cdot \omega_n) \cdot \beta(j \cdot \omega_n)| < 1 \text{ per } \omega \neq \omega_n$$

$$\tan^{-1}\{A(j \cdot \omega_n) \cdot \beta(j \cdot \omega_n)\} = 0$$

La prima condizione dice che da ogni passaggio attraverso l'anello *amplificatore-rete di reazione* l'ampiezza d_n dell'armonica n -esima del segnale di ingresso:

$$d_n \cdot \text{sen}(\omega_n \cdot t + \varphi_n)$$

aumenta, mentre la seconda condizione impone uno sfasamento nullo. Ad ogni passaggio attraverso l'anello l'ampiezza d_n aumenta di un fattore $|A(j \cdot \omega_n) \cdot \beta(j \cdot \omega_n)| > 1$; questo aumento di tensione genera un aumento di corrente nella resistenza R_1 ed un equivalente aumento in R_T , per rispettare il principio di Kirchoff nel nodo d di figura 5.13a. Questa produzione di calore per effetto Joule genera nella resistenza R_T un aumento della sua temperatura ed una conseguente diminuzione della sua della resistenza. Quindi, man mano che aumenta l'ampiezza delle armoniche diminuisce il guadagno A' dell'amplificatore.

La figura 5.15 mostra l'andamento nel tempo della resistenza R_T , del guadagno A' dell'amplificatore e del guadagno dell'anello chiuso *amplificatore-rete di reazione* a partire dall'istante di innesco dell'oscillatore. L'andamento di R_T è tale che non appena il valore dell'ampiezza d_n dell'armonica con frequenza ω_n ha raggiunto il valore desiderato, l'amplificazione dell'anello chiuso $|A(j \cdot \omega_n) \cdot \beta(j \cdot \omega_n)|$ acquista il valore unitario, per cui il segnale non viene più amplificato. In queste condizioni la corrente nelle due resistenze, R_1 e R_T , non aumenta più, raggiungendo, così, il valore di regime al tempo t_1 .

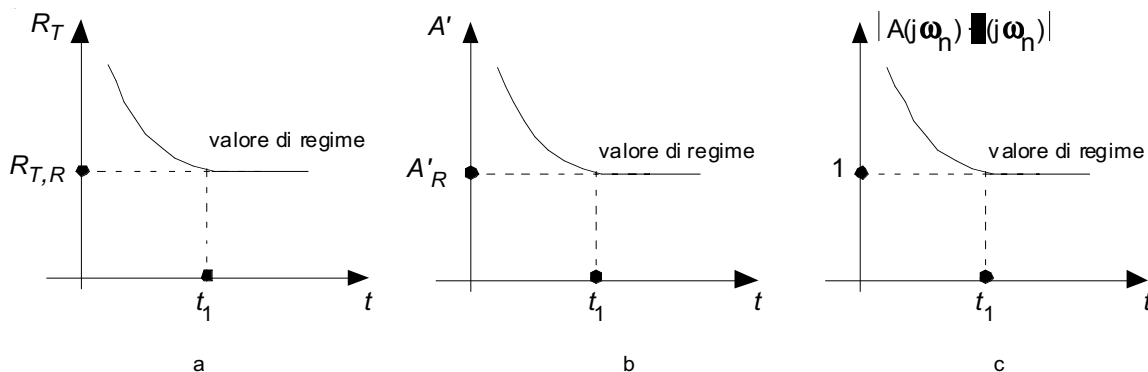


Figura 5.15. Andamento qualitativo della resistenza R_T (a), del guadagno A' dell'amplificatore (b) e del guadagno dell'anello chiuso amplificatore-rete di reazione (c).

Quanto esposto per l'amplificatore non invertente può essere ripetuto per l'anello chiuso in cui lo stadio di amplificazione è costituito da un amplificatore invertente¹⁶, come mostrato nella figura 5.16, il cui guadagno è dato dalla seguente espressione:

$$A' = - \frac{R_T}{R_I}$$

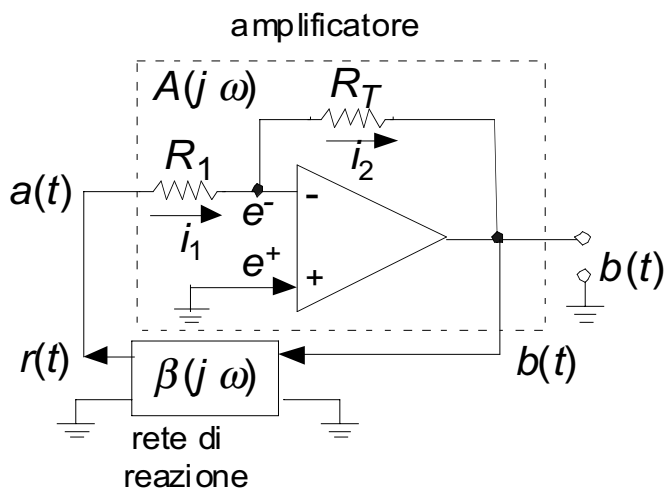


Figura 5.16. Oscillatore in cui lo stadio di amplificazione è costituito da un amplificatore invertente.

Si può osservare che in questo caso l'amplificatore introduce uno sfasamento di -180° nel segnale di ingresso, per cui la rete di reazione deve recuperare questo sfasamento per rispettare il *criterio di Barkhausen*.

L'OSCILLATORE DI COLPITTS

Prima di affrontare lo studio dell'oscillatore a quarzo, è opportuno presentare l'*oscillatore di Colpitts*, il cui schema verrà utilizzato anche per l'oscillatore a quarzo. L'oscillatore di Colpitts fa parte di quella categoria di oscillatori, detti *a tre punti*, il cui schema è mostrato nella figura 5.17; Z_j sono le impedenze nei tre rami ($j = 1, 2, 3$).

¹⁶ Vedi il paragrafo *L'amplificatore operazionale* nel Capitolo *Sistemi di condizionamento del segnale*.

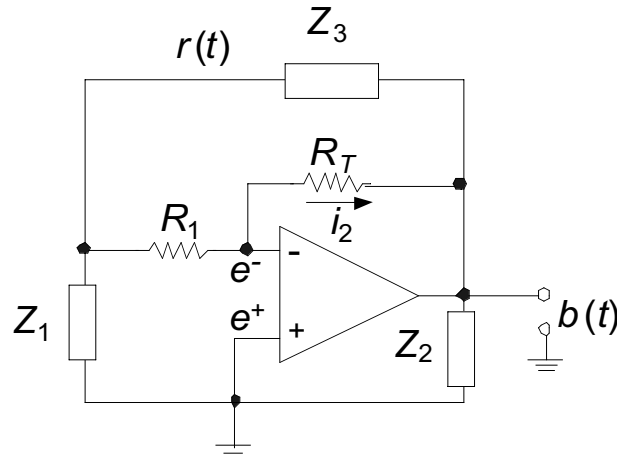


Figura 5.17. Schema di un oscillatore a tre punti.

Lo stadio di amplificazione è un *amplificatore invertente*, il cui guadagno è $A' = -R_T/R_1$. Utilizzando il teorema di Thévenin si può schematizzare l'oscillatore come in figura 5.18a¹⁷.

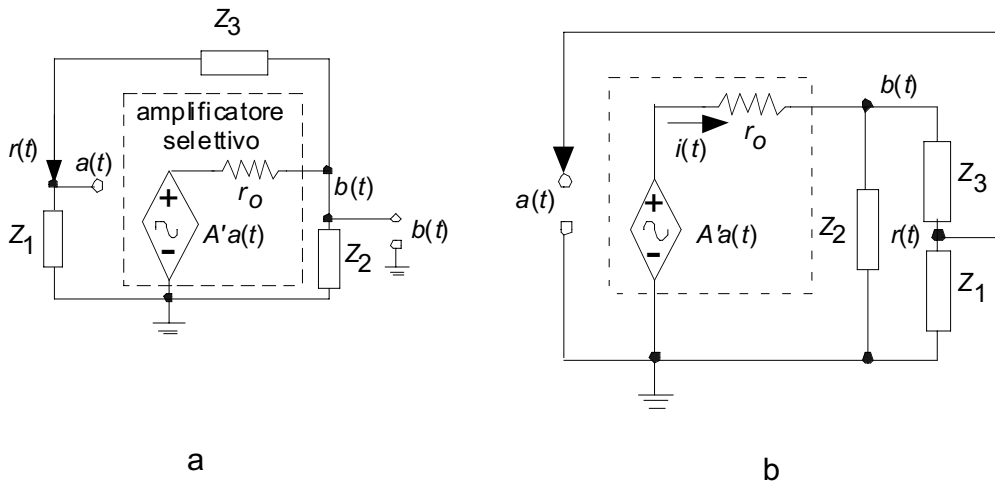


Figura 5.18. Schema elettrico dell'oscillatore a tre punti (a) e presentazione dello stesso schema, in cui si mettono in evidenza i collegamenti con lo stadio di amplificazione (b).

Questo circuito può essere presentato in un modo da mettere in evidenza i collegamenti con lo stadio di amplificazione, come mostrato nella figura 5.18b. Il rapporto fra la tensione in uscita dalla rete di reazione, $r(t)$ e quella in ingresso allo stadio di amplificazione è rappresentato da:

$$\frac{\bar{r}(t)}{\bar{a}(t)} = A(j \cdot \omega) \cdot \beta(j \cdot \omega)$$

deve avere modulo unitario e sfasamento nullo alla frequenza, ω_n , di lavoro. La tensione $r(t)$ è data dalla relazione:

$$\bar{r}(t) = \bar{b}(t) \cdot \frac{Z_1}{Z_1 + Z_3}$$

in cui:

$$\bar{b}(t) = A' \cdot \bar{a}(t) - r_o \cdot \bar{i}(t)$$

La corrente $i(t)$, che attraversa la resistenza r_o , è:

$$\bar{i}(t) = A' \cdot \bar{a}(t) \cdot \frac{1}{r_o + Z_T}$$

con:

$$Z_T = \frac{Z_2 \cdot (Z_1 + Z_3)}{Z_1 + Z_2 + Z_3}$$

¹⁷ Si è utilizzato il concetto di impedenza, dal momento che si utilizzano grandezze di tipo sinusoidale e, di conseguenza, i vettori ruotanti (vedi il Capitolo *La misura di grandezze tempo varianti*).

Di conseguenza, si ha, sostituendo la corrente con la sua espressione esplicita:

$$A' \cdot \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_2 \cdot (Z_1 + Z_3) + r_o \cdot (Z_1 + Z_2 + Z_3)} = A(j \cdot \omega) \cdot \beta(j \cdot \omega)$$

Lo schema a scatola nera è mostrato nella figura 5.19.

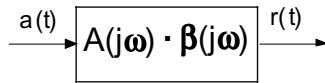


Figura 5.19. Schema a blocchi dell'oscillatore a tre punti.

Nell'oscillatore di Colpitts le impedenze sono costituite da reattanze:

$$Z_1 = j \cdot X_1, \quad Z_2 = j \cdot X_2, \quad Z_3 = j \cdot X_3$$

prive della componente reale, come, ad esempio, delle capacità, C e delle induttanze, L , per cui si ha:

$$A(j \cdot \omega) \cdot \beta(j \cdot \omega) = - \frac{R_T}{R_1} \cdot \frac{-X_1 \cdot X_2}{-X_2 \cdot (X_1 + X_3) + j \cdot r_o \cdot (X_1 + X_2 + X_3)}$$

Per soddisfare il *criterio di Barkhausen* occorre che alla frequenza di lavoro, ω_n :

$$A(j \cdot \omega) \cdot \beta(j \cdot \omega) = 1$$

per cui a questa frequenza devono valere la seguenti condizioni:

- a. $X_1 + X_2 + X_3 = 0$, perché la *Funzione Risposta in Frequenza* sia reale e, quindi, con sfasamento nullo;
- b. X_1 e X_2 devono avere lo stesso segno, affinché non si abbia una inversione di segno attraverso l'anello, cioè, tutte e due di tipo induttivo, o di tipo capacitivo¹⁸;

c.
$$- \frac{R_T}{R_1} \cdot \frac{X_1}{(X_1 + X_3)} = 1 \quad (5.1)$$

per garantire che il modulo sia unitario; dato che il rapporto R_T/R_1 è positivo, è necessario che il rapporto $X_1/(X_1 + X_3)$ sia negativo. Ne consegue che le reattanze X_1 e X_3 devono avere segni opposti, cioè, una reattanza deve essere di tipo capacitivo e l'altra di tipo induttivo.

L'espressione

$$(X_1 + X_2 + X_3) = f(\omega)$$

è una funzione della frequenza; il valore della frequenza, per cui

$$(X_1 + X_2 + X_3) = 0$$

definisce la frequenza di lavoro ω_n , per cui a questa frequenza si ha:

$$X_1 + X_3 = -X_2$$

Applicando questa condizione alla (5.1), si ottiene il valore del rapporto fra le due resistenze dell'amplificatore invertente, valido per l'armonica di frequenza ω_n :

$$\frac{R_T}{R_1} = \frac{X_2}{X_1}$$

L'oscillatore Colpitts è un oscillatore a tre punti con le seguenti reattanze:

$$X_1 = - \frac{1}{\omega \cdot C_1}, \quad X_2 = - \frac{1}{\omega \cdot C_2}, \quad X_3 = \omega \cdot L$$

il cui circuito è illustrato nella figura 5.20.

¹⁸ Si ricorda che una reattanza è positiva, se è di tipo induttivo $X_L = \omega \cdot L$ ed è negativa, se è di tipo capacitivo, $X_C = -1/(\omega \cdot C)$.

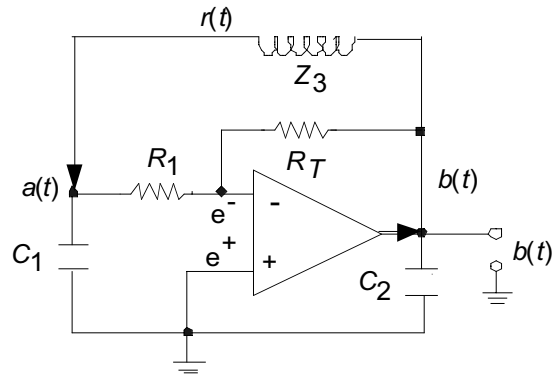


Figura 5.20. Schema dell'oscillatore Colpitts.

Applicando la prima condizione si ottiene la frequenza di lavoro, ω_n , dell'oscillatore:

$$\frac{1}{\omega_n \cdot C_1} + \frac{1}{\omega_n \cdot C_1} = \omega_n \cdot L$$

da cui si ricava:

$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C_T}}$$

in cui:

$$C_T = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$$

La condizione sulle resistenze è definita dalla relazione:

$$\frac{R_T}{R_1} \geq \frac{C_1}{C_2}$$

in cui il *segno* > vale al momento dell'innescio dell'oscillatore, mentre il *segno* = vale in condizioni di regime stazionario.

Il modulo dell'amplificazione dell'anello chiuso, o del guadagno, $|A(j \cdot \omega) \cdot \beta(j \cdot \omega)|$, è dato dalla relazione seguente¹⁹:

$$|A(j \cdot \omega) \cdot \beta(j \cdot \omega)| = \frac{R_T}{R_1} \cdot \frac{1/(\omega^2 \cdot C_1 \cdot C_2)}{\left\{ \left(-\frac{L}{C_2} + \frac{1}{(\omega^2 \cdot C_1 \cdot C_2)} \right)^2 + r_o^2 \cdot \left(-\frac{1}{\omega \cdot C_1} - \frac{1}{\omega \cdot C_2} + \omega \cdot L \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}}$$

In condizioni di regime stazionario il rapporto R_T/R_1 è uguale al rapporto C_1/C_2 alla frequenza di lavoro, ω_n , e l'andamento del guadagno, a regime, raggiunge il valore massimo, pari all'unità; per tutte le altre frequenze il suo valore è inferiore all'unità e ha un andamento simile a quello mostrato nella figura 5.21. In condizioni di innescio dell'oscillatore la curva ha un andamento, che nell'intorno del valore massimo supera l'unità; in un brevissimo intervallo di tempo questo andamento decresce rapidamente per portarsi ai valori di regime, al diminuire della resistenza R_T , come accennato in precedenza.

¹⁹ Questa espressione diventa più complessa, se si tiene conto della presenza del modulo di selezione dell'amplificatore, ma non aggiunge nulla alle conclusioni esposte.

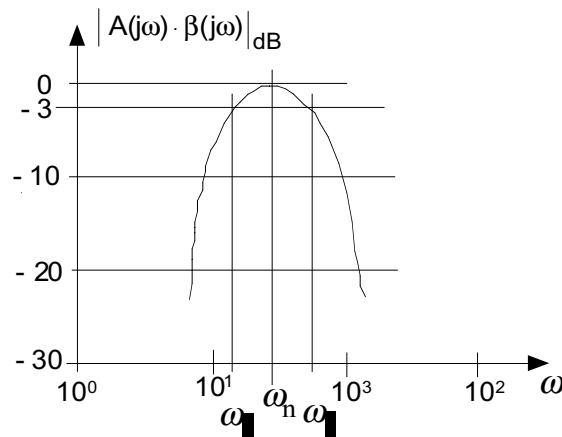


Figura 5.21. Andamento dell'ampiezza (in decibel)²⁰ del guadagno ad anello chiuso dell'oscillatore Colpitts in funzione della frequenza.

Si può osservare che, una volta raggiunto l'andamento di regime, tutte le armoniche, che hanno una frequenza diversa da quella di lavoro, si estinguono rapidamente, dato che l'ampiezza del guadagno dell'anello chiuso è inferiore all'unità; l'unica armonica che mantiene inalterata la sua ampiezza è l'armonica corrispondente alla frequenza di lavoro, ω_n . In questo modo l'oscillatore si comporta come un filtro passa banda. Il valore della frequenza di lavoro può essere variato, cambiando il valore delle reattanze del circuito. Dalla figura 5.21 si nota che più piccola è la larghezza di banda, $B = (\omega_2 - \omega_1)$, più selettivo è l'oscillatore, nel senso che riesce a definire con più precisione la frequenza di lavoro.

L'OSCILLATORE AL QUARZO

Il quarzo, utilizzato in questo tipo di oscillatore, è un materiale piezoelettrico²¹, che ha la caratteristica di generare cariche elettriche sulle superfici di una lastrina, soggetta a deformazione meccanica. Se, ad esempio, la lastrina di figura 5.22a viene compressa, sulle sue superfici parallele si forma una carica elettrica, Q , proporzionale alla entità della deformazione, x_i : $Q = k_q \cdot x_i$. Queste cariche, accumulandosi sulle piastrine metalliche, rigidamente collegate alla lastrina, generano una tensione elettrica, $e_o(t) = Q(t)/C$, come mostrato nella figura 5.22b, in cui C è la capacità del condensatore, formato dalla lastrina di quarzo, che funge da dielettrico e dalle due piastrine metalliche. Se la lastrina di quarzo è sollecitata a trazione, la polarità delle cariche si inverte, rispetto a quella mostrata in figura.

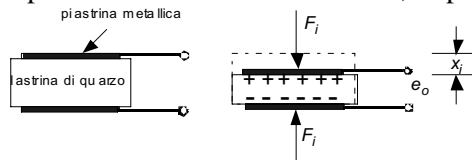


Figura 5.22. La piastrina di quarzo tra due piastrine metalliche, assoggettata a compressione.

Il fenomeno della piezoelettricità è un fenomeno reversibile, nel senso che, se si applica una differenza di potenziale tra le piastrine, la lastrina di quarzo si deforma, comprimendosi, o dilatandosi, in relazione alla polarità delle due piastrine metalliche.

Se la lastrina di quarzo subisce un impulso di compressione, si mette ad oscillare come un sistema del secondo ordine²², caratterizzato da massa m , da uno smorzatore ρ , da un coefficiente di elasticità k e da una frequenza naturale $T = 2 \cdot \pi / \omega_n$ con $\omega_n = \sqrt{k/m}$. Nelle figure 5.23a e 5.23b sono illustrati la

²⁰ Si ricorda che una attenuazione di -3 dB corrisponde ad un abbassamento dell'ampiezza massima, M , di $0.707M$ (vedi il paragrafo sulla *Rappresentazione in decibel* nel Capitolo *Filtri passivi e attivi*).

²¹ Vedi il paragrafo *Il trasduttore piezoelettrico*.

²² Vedi il Capitolo *La misura di grandezze tempo-varianti*.

piastrina di quarzo e il suo modello a parametri concentrati, mentre nella figura 5.23c è presentato l'andamento temporale della deformazione, x_i , quando la lastrina è assoggettata ad un impulso di compressione.

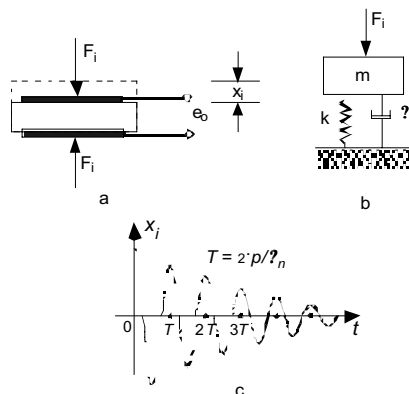


Figura 5.23. La lastrina di quarzo (a), il suo modello a parametri concentrati (b) e l'andamento nel tempo della deformazione in seguito ad un impulso di compressione (c).

Dalla figura 5.23c si può notare come l'ampiezza delle oscillazioni decresca con l'aumentare del tempo, data la presenza dello smorzatore. In seguito a queste oscillazioni meccaniche si forma sulle piastrine metalliche una carica elettrica, che genera una tensione elettrica con un andamento analogo a quello della deformazione. Se si desidera mantenere costante l'ampiezza delle oscillazioni di tensione, bisogna immettere nel sistema l'energia persa a causa dello smorzamento. Questo supplemento di energia può essere fornito periodicamente sotto forma di energia elettrica, collegando la lastrina di quarzo con un circuito elettrico che abbia un andamento periodico uguale a quello di oscillazione del cristallo. Applicando una tensione sinusoidale alle piastrine metalliche, l'intensità della corrente del circuito, composto dal condensatore e da un eventuale resistenza, varia con la frequenza e raggiunge il valore massimo in corrispondenza della frequenza naturale della lamina. Da un punto di vista elettrico la lastrina di quarzo è assimilabile ad un circuito RLC (resistenza-induttanza-capacità), mostrato nella figura 5.24.

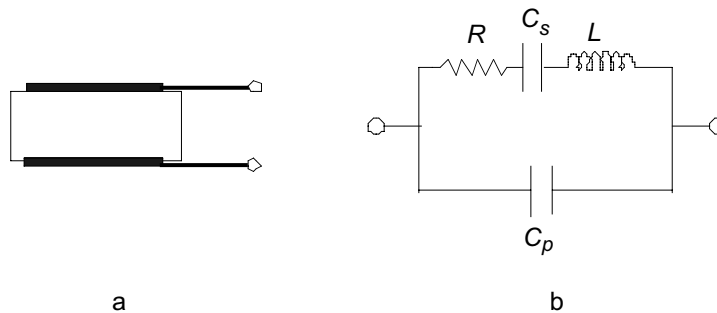


Figura 5.24. Il modello elettrico della lastrina di quarzo.

L'impedenza complessiva è data dalla espressione seguente:

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{\frac{1}{j \cdot \omega \cdot C_p}} + \frac{1}{R + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C_s} + j \cdot \omega \cdot L}$$

da cui:

$$\frac{1}{Z} = \frac{j \cdot \omega \cdot C_p \cdot R - \omega \cdot C_p \cdot \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C_s} \right) + 1}{R + j \cdot \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C_s} \right)}$$

con un valore piccolo della resistenza R . Se si trascura la resistenza R , si ottiene l'espressione approssimata:

$$Z = j \cdot X \cong j \cdot \frac{\left(\frac{1}{\omega \cdot C_s} - \omega \cdot L \right)}{\omega \cdot C_p \cdot \left\{ \omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C_s} \cdot \left(1 + \frac{C_s}{C_p} \right) \right\}} \quad (5.2)$$

L'andamento qualitativo della reattanza X in funzione della frequenza è mostrato nella figura 5.25.

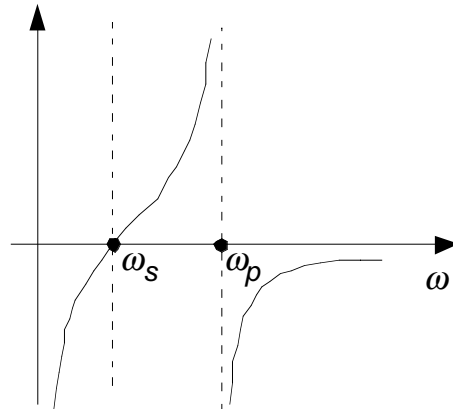


Figura 5.25. Andamento della reattanza, X , relativa al modello elettrico della lastrina di quarzo.

Lo zero della funzione si determina azzerando il numeratore della (5.2), da cui si ricava il valore della frequenza, per cui questo avviene:

$$\omega_s = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C_s}},$$

mentre la frequenza del polo si ottiene azzerando il denominatore:

$$\omega_p = \omega_s \cdot \sqrt{1 + \frac{C_s}{C_p}},$$

Nella figura 5.25 si evidenziano tre zone, due in cui la reattanza è negativa, cioè, è di tipo capacitivo (questo avviene per $\omega \leq \omega_s$ e per $\omega_p \leq \omega$) e l'altra in cui la reattanza è positiva, cioè, è di tipo induttivo (questo avviene per $\omega_s \leq \omega \leq \omega_p$); nel caso del quarzo le due frequenze, ω_s e ω_p , sono molto vicine. Nell'*oscillatore al quarzo* la lastrina viene fatta lavorare in questa ultima regione di frequenza, con un valore vicino ad ω_p . Dato che nell'intervallo di frequenza di lavoro la piastrina si comporta, dal punto di vista elettrico, come una induttanza, la lastrina può prendere il posto dell'induttanza in un oscillatore Colpitts, come mostrato nella figura 5.26.

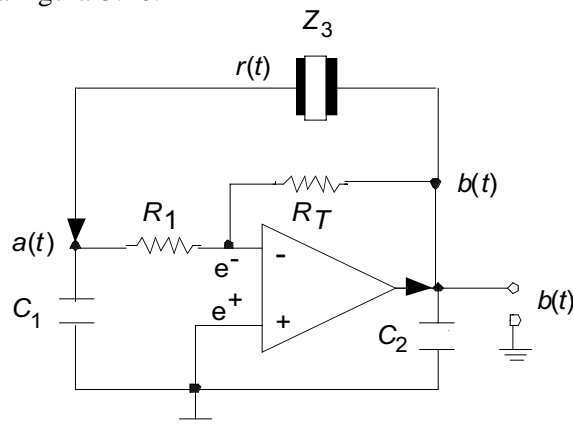


Figura 5.26. Schema di un oscillatore al quarzo.

5.2 IL CONTATORE DI IMPULSI

In questo capitolo vengono descritti alcuni dispositivi, che vanno sotto il nome di *contatori*, che hanno la funzione di contare gli impulsi, o gradini di tensione, che si presentano al loro ingresso.

IL CLOCK

Generalmente, l'ingresso dei contatori è costituito da una tensione ad onda quadra di periodo T . Questo segnale può essere ottenuto, utilizzando l'onda sinusoidale, generata da un oscillatore sinusoidale, descritto nel capitolo precedente. Per trasformare un'onda sinusoidale in un'onda quadra è sufficiente l'impiego di un comparatore²³, come mostrato nella figura 5.27, o un trigger di Schmitt²⁴.

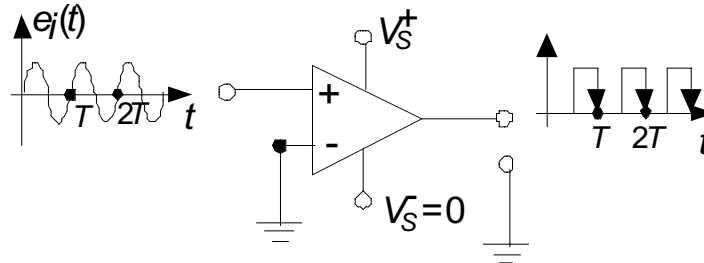


Figura 5.27. Il funzionamento di un comparatore con un ingresso ad onda sinusoidale.

Questo comparatore è alimentato con una tensione continua diversa da zero al morsetto V_S^+ , solitamente 5 V e con una tensione nulla al morsetto V_S^- . La tensione in uscita, $e_o(t)$, è legata alle due tensioni di ingresso dell'amplificatore, $e^+(t)$ ed $e^-(t)$ dalla relazione

$$e_o(t) = A_{OL} \cdot (-e^-(t)) = A_{OL} \cdot \varepsilon$$

in cui A_{OL} , di valore molto alto, è il coefficiente di amplificazione a circuito aperto. La tensione $e_o(t)$ assume il valore V_S^+ , quando $\varepsilon > 0$ e il valore $V_S^- = 0$, quando $\varepsilon < 0$. Di conseguenza, quando la tensione di ingresso è positiva, durante il primo semiperiodo di figura 5.27, $e_o(t) = 0$, mentre nel secondo semiperiodo, quando la tensione di ingresso è negativa, $e_o(t) = V_S^+$.

IL LINGUAGGIO DEI CIRCUITI ELETTRONICI

Prima di procedere oltre, occorre spendere qualche parola sul tipo di linguaggio adottato per lo scambio di informazioni fra i componenti dei circuiti elettronici. Lo scambio di informazioni avviene in modo digitale, utilizzando, cioè, il passaggio di tensione fra due livelli differenti, chiamati *livello alto* e *livello basso*, che corrispondono nella generalità dei casi a 5 V e a 0 V, rispettivamente. Questi due livelli sono detti, convenzionalmente, *livello 1* e *livello 0*; la tabella seguente evidenzia quanto detto.

Tabella 5.1

livello	indicazione convenzionale
alto (5 V)	1
basso (0 V)	0

IL CIRCUITO FLIP-FLOP

Il componente base dei circuiti digitali, che si scambiano le informazioni nel modo sopra accennato, è chiamato *flip-flop*. Il circuito *flip-flop* è un dispositivo bistabile, nel senso che la tensione ai morsetti di uscita rimane in uno dei due livelli, 0 oppure 1, fino a che non variano le tensioni ai morsetti di ingresso. Il flip-flop ha due uscite, Q e \bar{Q} , una delle quali è complementare all'altra; se, cioè, Q è sul livello alto, \bar{Q} è su quello basso e viceversa. Tra i molti tipi di flip-flop viene preso in considerazione il *JK flip-flop* per dare un'idea del loro funzionamento.

Consideriamo questo componente come una scatola nera con tre ingressi e due uscite (vedi fig. 5.28).

²³ Vedi il paragrafo *L'amplificatore operazionale* nel Capitolo *Sistemi di condizionamento del segnale*.

²⁴ Vedi il paragrafo su *Alcune applicazioni* nel Capitolo *Sistemi di condizionamento del segnale*.

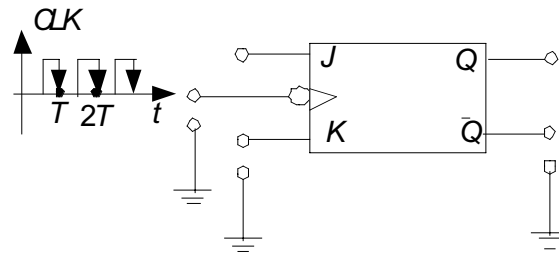


Figura 5.28. Rappresentazione schematica del flip-flop JK.

Due di questi ingressi sono chiamati J e K e possono essere posti sul livello alto o basso ($J = 0, 1; K = 0, 1$). L'ingresso CLK è riservato al segnale proveniente dal *clock*, che presenta un'alternanza regolare di livelli alti e bassi (vedi fig. 5.28). I livelli logici delle due uscite, Q e \bar{Q} , dipendono dalle combinazioni dei livelli su J e K e dal livello del segnale di clock.

In un generico istante t_k l'uscita del *flip-flop JK* può assumere una delle seguenti posizioni:

- quando gli ingressi J e K sono ambedue a livello basso ($J = 0; K = 0$), le uscite Q e \bar{Q} rimangono al livello che avevano nell'istante precedente, t_{k-1} , indipendentemente dal livello del clock;
- quando l'ingresso J è a livello basso ($J = 0$) e l'altro ingresso a livello alto ($K = 1$), le uscite Q e \bar{Q} vengono poste a livello 0 ($Q = 0; \bar{Q} = 0$), si realizza quella che viene chiamata *operazione di reset*, indipendentemente dal livello del clock;
- quando l'ingresso J è a livello alto ($J = 1$) e l'altro ingresso a livello basso ($K = 0$), l'uscita Q è posta a livello alto ($Q = 1$) e l'uscita \bar{Q} a livello basso ($\bar{Q} = 0$), indipendentemente dal livello del clock;
- quando ambedue gli ingressi sono a livello alto ($J = 1; K = 1$) l'uscita Q salta da un livello all'altro ad ogni transizione negativa del segnale di clock²⁵.

Quest'ultima configurazione è chiamata *T flip-flop* ed è mostrata nella figura 5.29.

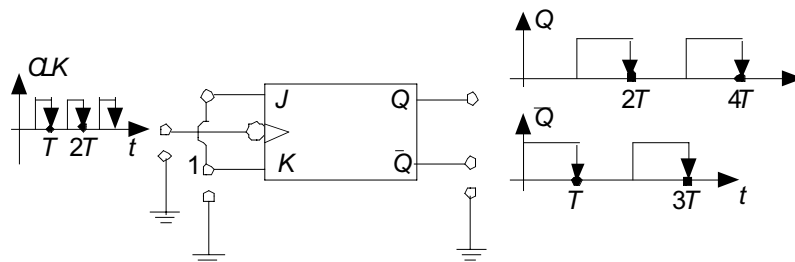


Figura 5.29. Rappresentazione schematica e funzionamento del *T flip-flop*.

Non appena avviene una transizione negativa del segnale di clock, cioè ad ogni istante t_k multiplo del periodo T del clock, il livello dell'uscita Q registra un passaggio dal livello alto a quello basso, o dal livello basso a quello alto, come mostrato nella figura 5.29; il comportamento dell'uscita \bar{Q} è complementare a quello dell'uscita Q . Osservando i due segnali di uscita del *T flip-flop* si nota come questi abbiano un periodo doppio di quello del segnale di clock.

IL CONTATORE DIGITALE

Il *T flip-flop* costituisce un componente importante nella architettura dei contatori digitali. Questi contatori hanno il compito di contare in modo sequenziale fino ad un numero massimo, N , di passaggi del segnale di ingresso dal livello alto a quello basso. Raggiunto questo valore massimo, il contatore viene azzerato, viene, cioè, generata un'operazione di *reset* e il contatore è pronto per l'inizio del conteggio della successiva N -pla di eventi.

²⁵ Per transizione negativa, il cui simbolo è \downarrow , si intende il passaggio dal livello alto a quello basso.

IL CONTATORE A SCALA BINARIA

Per semplicità di esposizione viene preso in esame un contatore a scala binaria a *tre bit*, cioè, un contatore che ha come uscita un numero binario a tre cifre ($b_2b_1b_0$), il cui schema è mostrato nella figura 5.30.

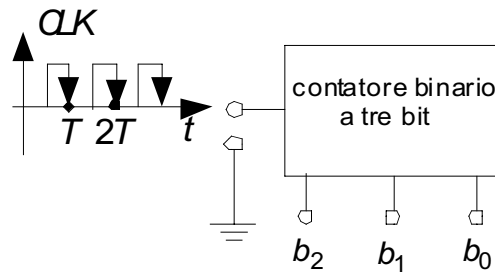


Figura 5.30. Rappresentazione schematica del contatore binario a base tre.

I tre terminali di uscita sono portati a livello alto, o basso, in relazione al conteggio degli impulsi. Nella tabella 5.2 è evidenziata la successione dei conteggi del contatore fino al raggiungimento del numero massimo permesso, nel nostro caso $N=7$.

Tabella 5.2

numero dei fronti di discesa degli impulsi del clock	numero binario
0	000
1	001
2	010
3	011
4	100
5	101
6	110
7	111

Non appena viene raggiunto il numero binario (111) scatta l'operazione di azzeramento del contatore, o di *reset* e l'uscita è posta uguale a (000).

Il contatore a tre bit può essere realizzato con una successione in serie di tre *T flip-flop*, come in figura 5.31.

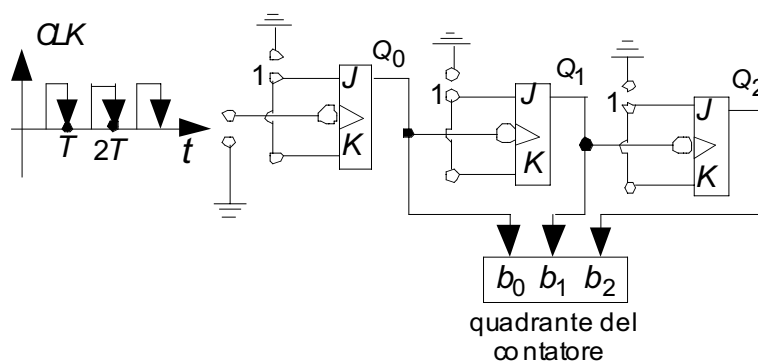


Figura 5.31. Il contatore binario a base tre, realizzato con una serie di *T flip-flop*.

Nella figura 5.32 sono riportati gli andamenti temporali delle tensioni, o dei livelli, nei tre morsetti di uscita del contatore binario.

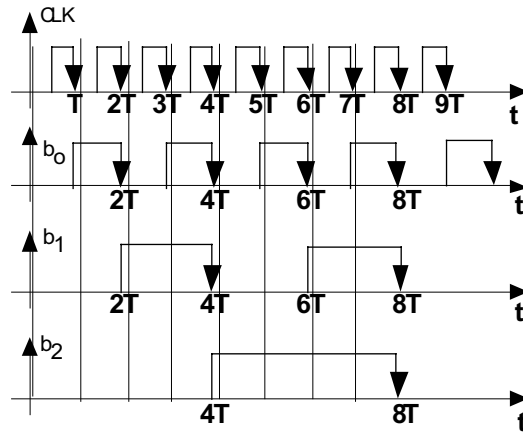


Figura 5.32. Successione temporale dei livelli di uscita del clock nei tre morsetti del contatore binario.

Nella tabella 5.3 è mostrata la successione temporale dei numeri binari, che compaiono sul quadrante del contatore, nei tempi ∂t , $T + \partial t$, $2 \cdot T + \partial t$, $3 \cdot T + \partial t$, $4 \cdot T + \partial t$, ..., in cui ∂t è un intervallo temporale infinitesimo.

Tabella 5.3

tempo	b_2	b_1	b_0
$0 + \partial t$	0	0	0
$1 \cdot T + \partial t$	0	1	0
$2 \cdot T + \partial t$	0	1	1
$3 \cdot T + \partial t$	1	0	0
$4 \cdot T + \partial t$	1	0	1
$5 \cdot T + \partial t$	1	1	0
$6 \cdot T + \partial t$	1	1	1
$7 \cdot T + \partial t$			

L'operazione di *reset* viene eseguita utilizzando il segnale di uscita di un circuito logico, chiamato *AND*, mostrato nella figura 5.33.

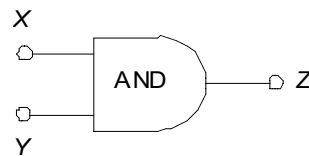


Figura 5.33. Schematizzazione del circuito logico AND.

Questo componente funziona nel seguente modo: quando i due ingressi, X e Y , del circuito *AND* si trovano al livello basso ($X=0, Y=0$), oppure uno dei due è a livello basso e l'altro a livello alto ($X=0, Y=1; X=1, Y=0$), l'uscita Z è sempre a livello basso ($Z=0$). L'uscita Z è a livello alto ($Z=1$), solo quando ambedue gli ingressi sono a livello alto ($X=1, Y=1$). La tabella 5.4 riassume quanto appena illustrato.

Tabella 5.4

X	Y	Z
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Il comando di azzeramento proviene da un circuito, in cui sono inseriti due *AND*, come in figura 5.34.

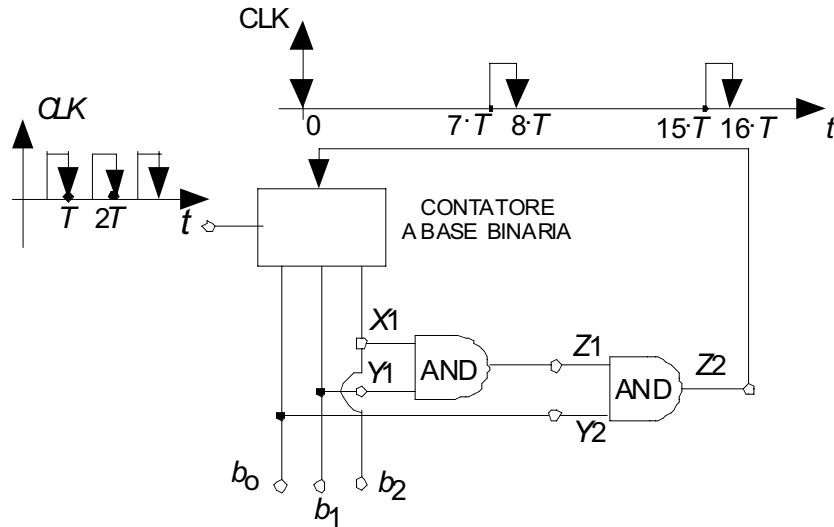


Figura 5.34. Il circuito per il comando di azzeramento del contatore binario a base tre.

Quando le tre uscite del contatore sono a livello alto, anche le uscite dei due AND, Z_1 e Z_2 , sono a livello alto; il comando di azzeramento è dato dall'innalzamento del livello dell'uscita Z_2 . Nella figura 5.35 sono presentate le uscite dal contatore binario e dai due AND; si nota come l'uscita dall'ultimo AND abbia una periodicità otto volte superiore a quella del clock.

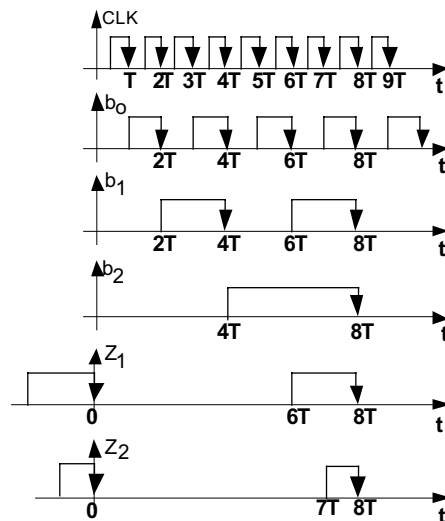


Figura 5.35. Successione temporale dei livelli di uscita del clock nei tre morsetti del contatore binario.

Per contare più di sette eventi è sufficiente collegare l'uscita Z_2 con un circuito uguale a quello di figura 5.34, al cui ingresso si presenta un segnale con periodicità otto volte superiore a quella del primo circuito (vedi fig. 5.36).

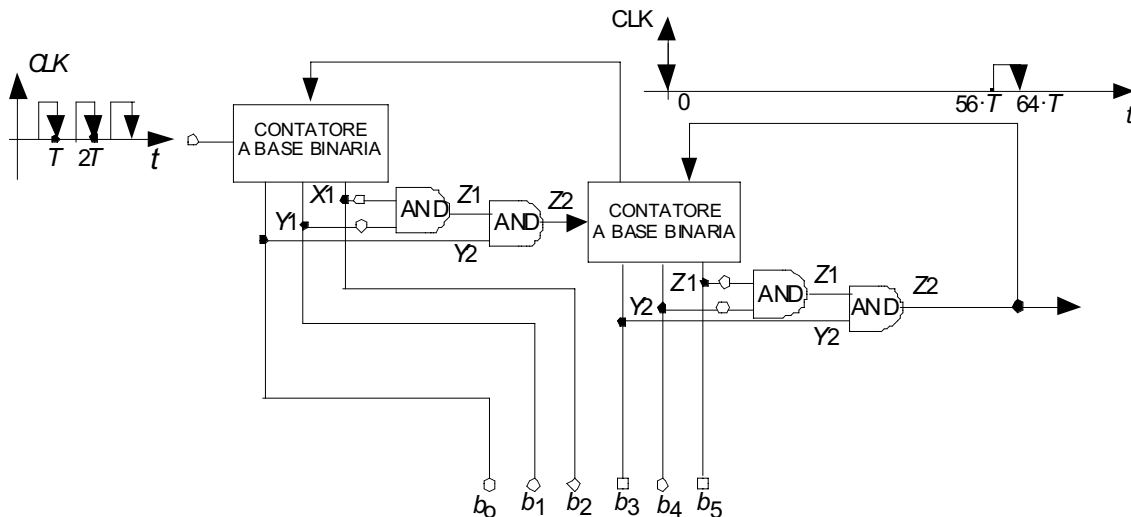


Figura 5.36. Il circuito per il comando di azzeramento del contatore binario a sei bit.

Fino ad ora si sono utilizzati alcuni componenti logici, come il *flip-flop* e il circuito *AND*, senza entrare nel dettaglio della loro composizione, anche perché questo è argomento di un corso di elettronica. Per dare, però, un'idea di come un circuito logico possa essere realizzato con componenti elettronici presentati nei paragrafi precedenti, è utile prendere in esame un circuito logico semplice come il circuito *AND*, composto da due diodi, da una resistenza e da una forza elettromotrice, e_{cc} , con una tensione di poco inferiore a 5 V (vedi fig. 5.37a).

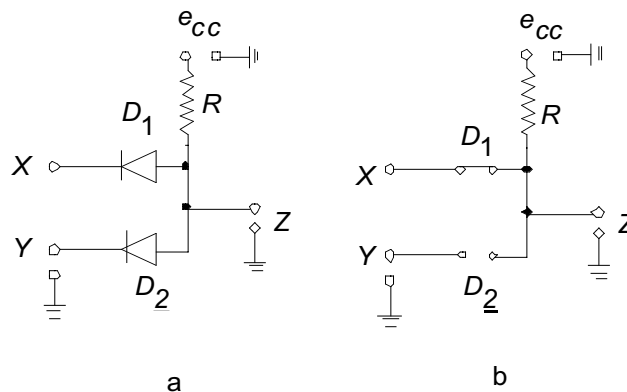


Figura 5.37. Schema elettrico del circuito logico *AND* (a) e schema del circuito con il diodo D_1 polarizzato direttamente e D_2 polarizzato inversamente (b).

I due morsetti di ingresso, X e Y , possono essere portati a livello basso o alto. Supponiamo che il morsetto X sia a livello basso, con una tensione molto inferiore a e_{cc} , mentre l'ingresso Y sia a livello alto con una tensione di poco superiore a e_{cc} . In questa situazione il diodo D_1 è polarizzato direttamente²⁶ e si comporta come un interruttore chiuso, mentre il diodo D_2 è polarizzato inversamente e si comporta come un interruttore aperto, come mostrato nella figura 5.37b. La tensione del morsetto di uscita, Z , è uguale a quella dell'ingresso X a livello basso. La stessa situazione si verifica, quando il morsetto X è a livello alto il morsetto Y a livello basso, o quando ambedue sono a livello basso.

La situazione cambia, quando ambedue i morsetti sono a livello alto: i due diodi risultano polarizzati inversamente, interrompendo il collegamento con il circuito a monte e l'uscita assume il valore della tensione e_{cc} , cioè, si ritrova a livello alto.

IL CONTATORE A SCALA DECIMALE

Se si deve utilizzare una scala decimale, invece di una scala binaria, l'operazione di *reset* deve essere imposta, quando sono passati nove eventi e non sette, come nel caso del numero binario a tre cifre. In questo caso si deve utilizzare un contatore binario a base quattro, come mostrato nella figura 5.38.

²⁶ Vedi il paragrafo su *Il diodo*.

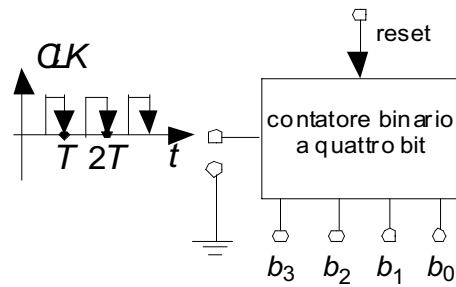


Figura 5.38. Rappresentazione schematica del contatore a base decimale.

Nella figura 5.39 mostrata la successione temporale dei livelli di tensione ai capi dei quattro morsetti, insieme con il segnale di clock di ingresso.

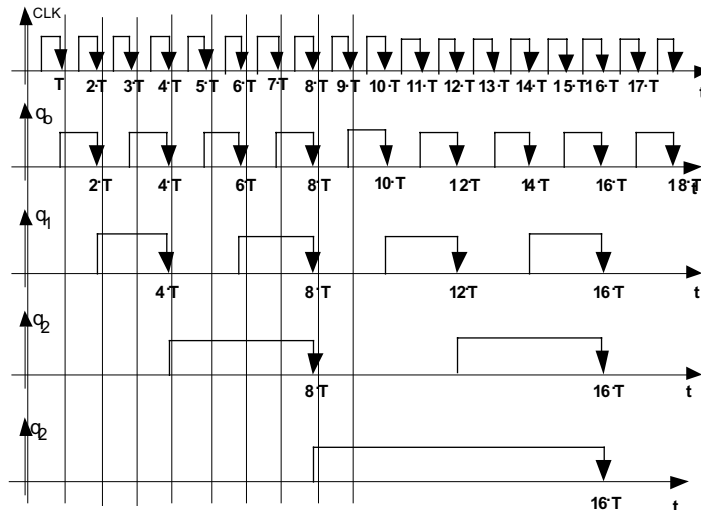


Figura 5.39. Andamento temporale dei livelli di tensione del clock e ai capi dei quattro morsetti del contatore a base decimale.

La tabella 5.5 illustra l'incremento dei numeri binari corrispondenti alla successione temporale dei livelli sui quattro morsetti del contatore.

Tabella 5.5

numero dei fronti di discesa degli impulsi del clock	b_3	b_2	b_1	b_0	numero dei fronti di discesa degli impulsi del clock	b_3	b_2	b_1	b_0
0	0	0	0	0	5	0	1	0	1
1	0	0	0	1	6	0	1	1	0
2	0	0	1	0	7	0	1	1	1
3	0	0	1	1	8	1	0	0	0
4	0	1	0	0	9	1	0	0	1

Non appena il contatore raggiunge il valore (1001), pari al numero decimale 9, scatta l'operazione di *reset*.

Il contatore a 4 bit può essere realizzato con una successione in serie di *T flip-flop* e l'operazione di *reset* è comandata dall'uscita di un circuito, che utilizza, oltre a tre circuiti logici *AND*, il circuito logico *NOT*, il cui simbolo è mostrato nella figura 5.40. Questo componente funziona nel seguente modo: quando l'ingresso, X del circuito *NOR* si trova al livello basso $X=0$, l'uscita \bar{X} è sempre a livello basso $\bar{X}=0$ e viceversa. La tabella 5.6 riassume quanto appena esposto.

Tabella 5.6

X	\bar{X}
0	1
1	0

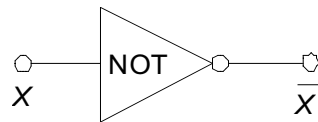


Figura 5.40. Schematizzazione del circuito logico NOT.

Il compito di questo circuito è quello di convertire il livello dell'ingresso nel suo complemento, nel senso che, se l'ingresso X è a livello alto, l'uscita \bar{X} è a livello basso e viceversa. La figura 5.41 illustra schematicamente come viene eseguita l'operazione di *reset*.

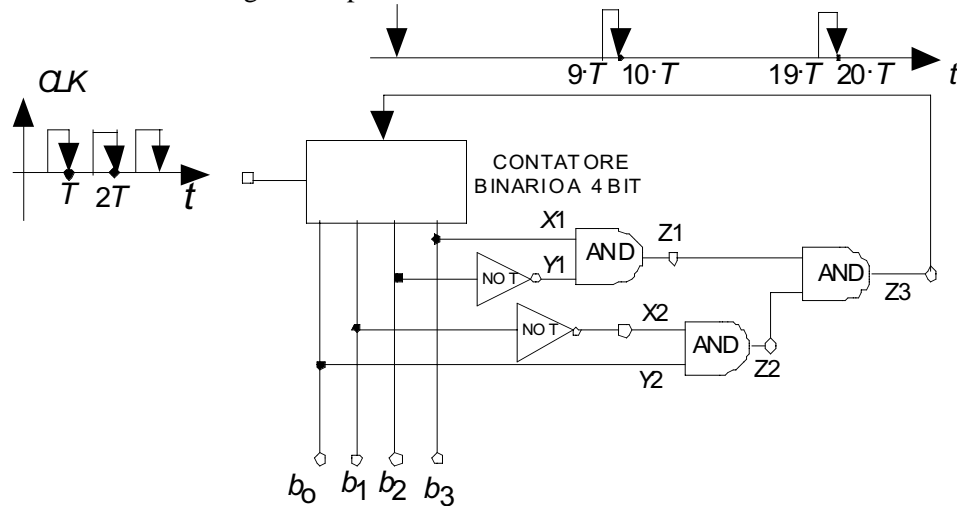


Figura 5.41. Il circuito per il comando di azzeramento del contatore a base decimale.

Quando viene raggiunto il numero binario (1001), si determina la seguente situazione:

1. il livello alto (1) dell'uscita b_3 del contatore si presenta all'ingresso X_1 del primo circuito AND;
2. il livello basso (0) dell'uscita b_2 viene convertito nel suo complemento dal circuito NOT prima di arrivare all'ingresso Y_1 del primo circuito AND;
3. il livello basso (0) dell'uscita b_1 viene convertito nel suo complemento dal circuito NOT prima di arrivare all'ingresso X_2 del secondo circuito AND;
4. il livello alto (1) dell'uscita b_0 si presenta all'ingresso Y_2 del secondo circuito AND;
5. dato che gli ingressi Z_1 e Z_2 del terzo AND sono a livello alto, l'uscita Z_3 comanderà l'operazione di *reset*.

Nella figura 5.42 è presentato l'andamento temporale degli impulsi sui quattro morsetti in ingresso ai primi due AND e all'uscita del terzo AND.

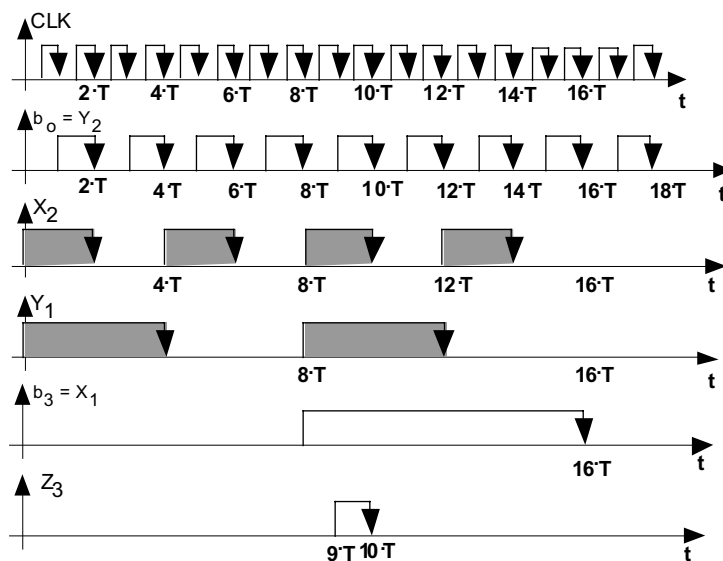


Figura 5.42. Andamento dei livelli del clock agli ingressi dei primi due AND e all'uscita del circuito.

Si può notare come la larghezza dell'impulso di uscita del terzo AND sia doppia di quella degli impulsi del clock. Se si utilizza in cascata al circuito di figura 5.41 un circuito uguale, si può contare un numero di impulsi superiore a 10.

5.3 IL DIVISORE DI IMPULSI

Per le misure di frequenza e di periodo è necessario potere utilizzare componenti elettronici, chiamati *divisori di impulsi*, in grado di fornire in uscita funzioni periodiche con frequenze, diverse le une dalle altre di un fattore 2^n o 10^n , in cui n è un numero intero.

L'ingresso di questi divisori è costituito da un segnale proveniente da un *clock*, che utilizza un oscillatore al quarzo²⁷.

Per descrivere il funzionamento di questo componente, la cui uscita è costituita da un insieme di segnali a gradino con frequenze, diverse le une dalle altre di un fattore 2^n , viene preso in considerazione il caso di una riduzione di un fattore 2^3 della frequenza del segnale di *clock*. Il circuito è composto da tre *T flip-flop* e da due circuiti logici AND, come mostrato nella figura 5.43.

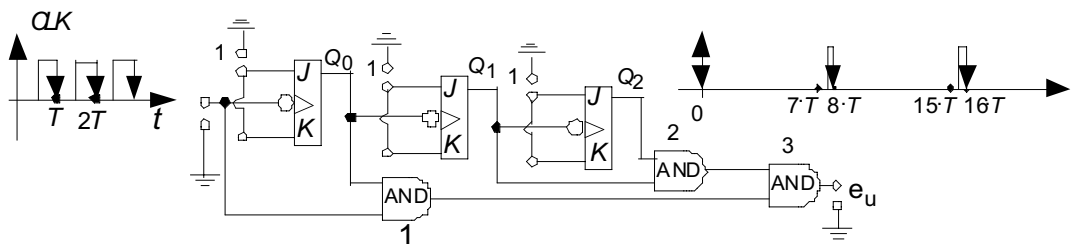


Figura 5.43. Il divisore di impulsi che riduce la frequenza degli impulsi di ingresso di un fattore 2^3 .

L'uscita del terzo AND è una successione di impulsi, identici a quelli in ingresso, ma con una periodicità otto volte superiore, come evidenziato nella stessa figura. Questo circuito è simile a quello di figura 5.34, con la differenza dell'utilizzo del segnale di clock, come ingresso al primo AND. Questo accorgimento permette di avere la larghezza dell'impulso di uscita uguale a quello in ingresso. Nella figura 5.44 è presentato l'andamento temporale degli impulsi in uscita ai tre *T flip-flop*, mentre la figura 5.45 mostra le uscite dei tre AND.

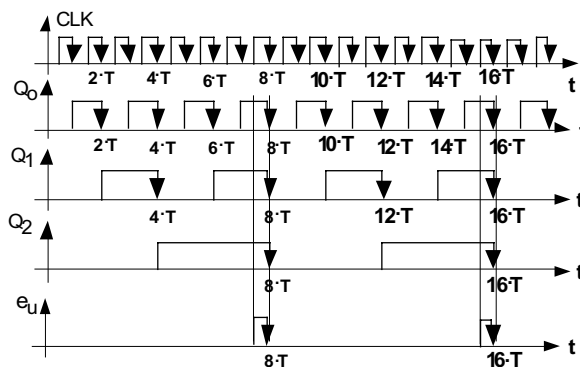


Figura 5.44. Andamento degli impulsi in uscita ai tre *T flip-flop*, insieme ai segnali di ingresso e di uscita.

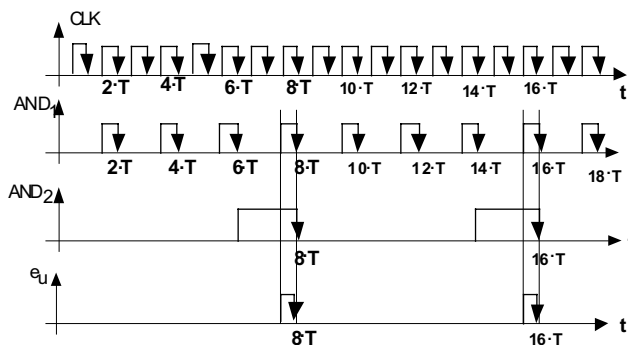


Figura 5.45. Andamento temporale degli impulsi in uscita ai tre AND.

²⁷ Vedi il paragrafo *Gli oscillatori sinusoidali*.

Da quanto esposto sul funzionamento del circuito AND, l'uscita del terzo AND è a livello alto (1) solo se tutti gli ingressi dei due primi AND sono a livello alto (1). Questa condizione si verifica nel mezzo periodo prima degli istanti $0, 8 \cdot T, 16 \cdot T, 24 \cdot T, \dots$, come appare dal grafico della figura 5.45. Se si vuole, invece, ridurre la frequenza di un fattore 10, occorre utilizzare il circuito di figura 5.46.

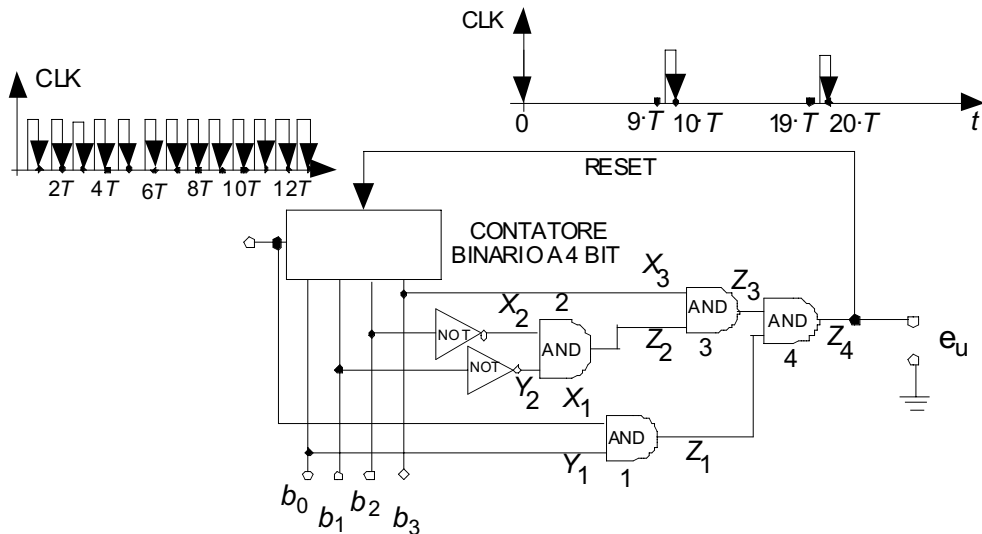


Figura 5.46. Il divisore di impulsi, che riduce la frequenza degli impulsi di ingresso di un fattore 10.

Nella figura 5.47 è presentato l'andamento temporale degli impulsi in uscita dal contatore binario a 4 bit, insieme ai segnali di ingresso ai primi tre AND, mentre la figura 5.48 mostra l'uscita dai primi tre AND e dal divisore decimale.

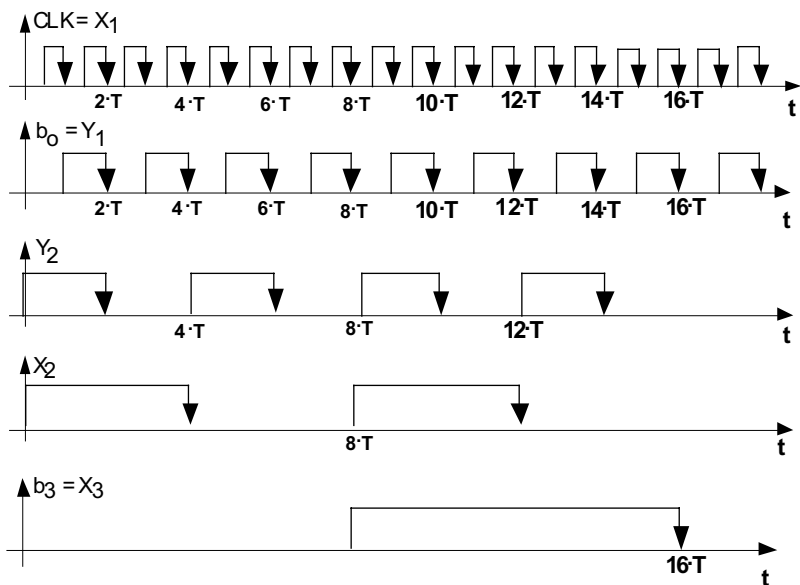


Figura 5.47. Andamento temporale degli impulsi in uscita dal contatore binario a 4 bit, insieme ai segnali di ingresso ai primi tre AND.

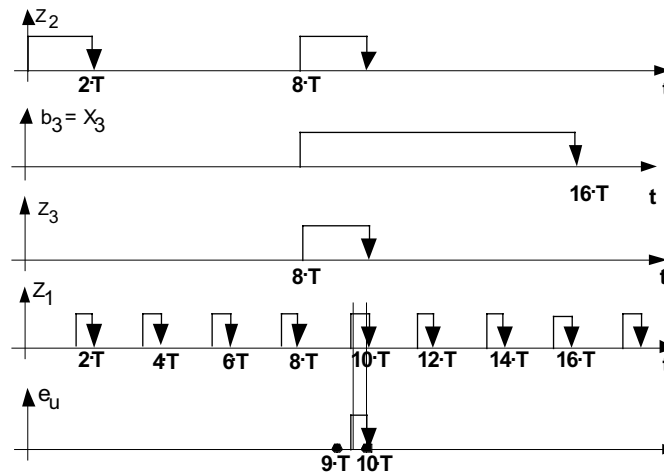


Figura 5.48. Andamento temporale degli impulsi in uscita dai primi tre AND e dal divisore decimale.

Si può notare come solo nell'intervallo di tempo compreso fra gli istanti $t_1 = 10 \cdot T - T/2$ e $t_2 = 10 \cdot T$ si ha una contemporaneità di livelli alti agli ingressi dei circuiti AND, per cui all'inizio di questo intervallo scatta l'operazione di *reset*; si osserva, inoltre, come la larghezza dell'impulso di uscita dal divisore sia uguale a quella del clock. In questo modo viene generata all'uscita del divisore una sequenza di impulsi con una frequenza inferiore di un fattore 10 a quella di ingresso. Se questo segnale viene posto in ingresso ad un circuito simile a quello di figura 5.46, si ottiene una ulteriore riduzione di un fattore 10.

BIBLIOGRAFIA

- R. Giometti, F. Frascari, *Elettronica, l'analogica*, Calderini 1999.
- P. Horowitz, W. Hill, *The art of electronics*, second edition, Cambridge University Press (1998).
- J. Millman, Christos, C. Halkias, *Integrated electronics: analog and digital circuits and systems*, McGraw-Hill (1972).
- G. Rizzoni, *Principles and applications of electrical engineering*, McGraw-Hill (2000) (third edition).