

4. NOTE SULL'AMPLIFICATORE OPERAZIONALE

4.1 LIMITI FISICI DELL'AMPLIFICATORE OPERAZIONALE

Il comportamento dell'amplificatore a circuito chiuso, descritto nei capitoli precedenti, è stato studiato assumendo che l'amplificatore operazionale a circuito aperto fosse ideale, per cui:

$$e^+ - e^- = 0, \quad i^+ = i^- = 0$$

e che l'amplificatore a circuito chiuso potesse amplificare tensioni di qualsiasi ampiezza e di qualsiasi frequenza. Questi comportamenti non si realizzano nella realtà, a causa dei limiti fisici dell'amplificatore a circuito aperto, come verrà esposto in seguito.

LIMITI NELLA RISPOSTA IN FREQUENZA

Nel funzionamento di un amplificatore operazionale si è assunto che il coefficiente di amplificazione, $A_{V(OL)}$, fosse costante, indipendentemente dalla frequenza del segnale di ingresso; in realtà il coefficiente di amplificazione a *circuito aperto* è una funzione della frequenza del segnale di ingresso, ω [rad/s], del tipo:

$$A_{OL}(\omega) = \frac{A_o}{1 + j \frac{\omega}{\omega_o}} \quad (4.1)$$

Questo comportamento è simile a quello di un filtro passa basso¹, con una frequenza di taglio, pari a ω_o . Nella figura 4.1 è mostrato l'andamento del modulo del coefficiente di amplificazione a circuito aperto,

$$|A_{OL}(\omega)| = \frac{A_o}{\left\{1 + j \left(\frac{\omega}{\omega_o}\right)^2\right\}}$$

in funzione della frequenza, per un valore di $A_o = 10^6$ e $\omega_o = 10 \pi$.

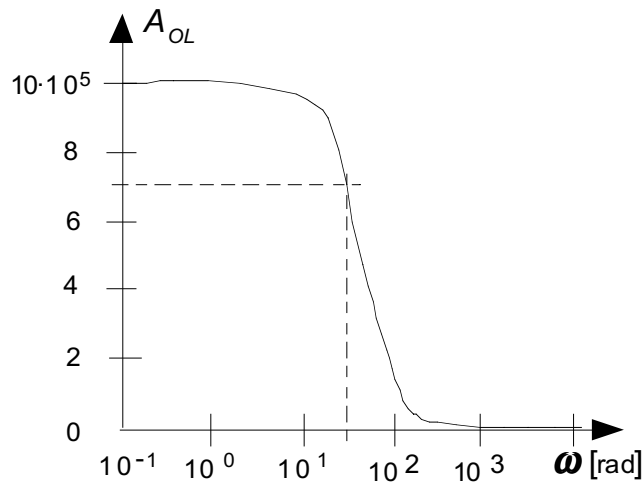


Figura 4.1. Andamento del modulo del coefficiente di amplificazione in funzione della frequenza.

Si può notare che la risposta dell'amplificatore diventa sempre meno accurata man mano che la frequenza si allontana dal valore della frequenza di taglio, per il quale l'ampiezza è uguale a

$$A_{OL}(\omega_o) = 0.707 \cdot A_o$$

con $\omega_o = 10 \cdot \pi$ [rad/s] e $A_o = 10^6$.

L'ipotesi fatta di amplificazione infinita:

$$A_{OL} \approx \infty$$

perde la sua validità per frequenze maggiori di ω_o . A questa frequenza l'amplificazione è diminuita di $-3dB$ rispetto al valore a $\omega = 0$ ²:

¹ Vedi il Capitolo *Filtri passivi e attivi*.

² Vedi il paragrafo *Rappresentazione in decibel* nel Capitolo *Filtri passivi e attivi*.

$$20 \cdot \log_{10} \frac{A_{OL}(\omega_o)}{A_o} = -3dB$$

Per questa ragione ω_o è detto *larghezza di banda a 3 dB*. Si tratta di stabilire, ora, una relazione fra la larghezza di banda dell'amplificatore operazionale a circuito aperto, ω_o e la larghezza di banda, ω_i , di un amplificatore a circuito chiuso, in cui il componente è inserito. Nella pratica si è osservato che il prodotto fra *guadagno e larghezza di banda a 3 dB* di un amplificatore a circuito chiuso ($A_i \cdot \omega_i$) è uguale al prodotto ($A_{OL} \cdot \omega_o$) dell'amplificatore operazionale utilizzato, per cui:

$$A_o \cdot \omega_o = A_1 \cdot \omega_1 = A_2 \cdot \omega_2 = \dots \tag{4.2}$$

in cui A_o e ω_o hanno il significato sopra accennato, relativo all'*amplificatore a circuito aperto* e A_i e ω_i , con $i = 1, 2, \dots$ sono, rispettivamente, il guadagno e la larghezza di banda a 3dB dell'*amplificatore a circuito chiuso*, che può essere, per esempio, un amplificatore invertente o non invertente, o un amplificatore formato da due amplificatori invertenti in serie, come in figura 4.2

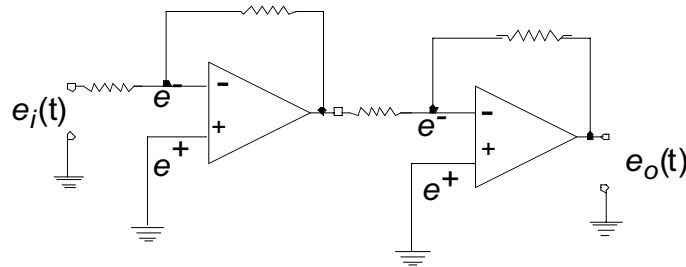


Figura 4.2. Amplificatore costituito da due amplificatori invertenti in serie.

o una qualsiasi combinazione di amplificatori invertenti o non invertenti.

Nella figura 4.3 è rappresentata graficamente la relazione (4.2). Poiché il valore del *guadagno a circuito chiuso* è inferiore al coefficiente di amplificazione a circuito aperto, A_{OL} , la frequenza relativa, ω_i è superiore al valore ω_o

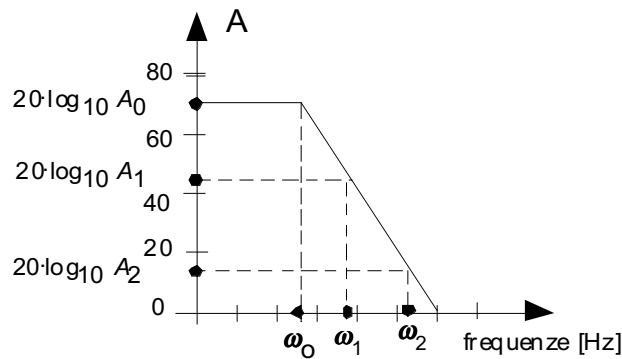


Figura 4.3. Rappresentazione grafica della relazione (4.2).

LIMITI DELLA TENSIONE DI ALIMENTAZIONE

Come già esposto in precedenza³, l'amplificatore operazionale per il suo funzionamento necessita di due sorgenti di alimentazione a tensione costante, V_s^+ V_s^- , il cui valore assoluto è compreso, normalmente, fra 5 V e 25 V. Il fatto che le tensioni di alimentazione siano limitate, comporta una limitazione nel valore massimo del valore in uscita dall'amplificatore a circuito chiuso, e_o , che nella pratica può essere espressa dalla seguente relazione:

$$(V_s^- + \Delta e) \leq e_o(t) \leq (V_s^+ - \Delta e)$$

in cui Δe è attorno a 1,5 V.

Nella figura 4.4 è mostrato un esempio, in cui la tensione di ingresso di un amplificatore non invertente è amplificata di un fattore 2 e le due tensioni di alimentazione dell'amplificatore operazionale sono

$$V_s^+ = 5 V, \quad V_s^- = -5 V$$

³ Vedi il paragrafo *L'amplificatore operazionale*.

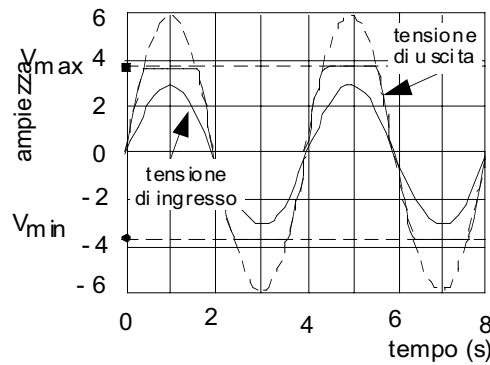


Figura 4.4. Andamento della tensione di ingresso e quello di uscita da un amplificatore a circuito chiuso, in presenza di saturazione.

Dati i valori delle tensioni di alimentazione, l'uscita dall'amplificatore non supera il valore di $\pm 3.5 V$.

RITARDO SULLA TENSIONE DI USCITA DELL'AMPLIFICATORE

La risposta ad un variazione temporale della tensione in ingresso all'amplificatore non è istantanea, ma presenta un certo ritardo. Per esempio, ad un ingresso a gradino corrisponde un andamento della tensione in uscita, mostrato nella figura 4.5.

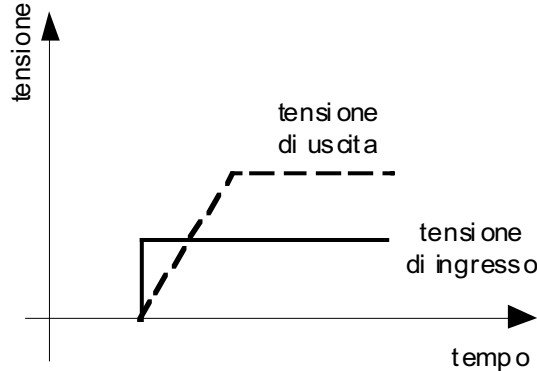


Figura 4.5. Risposta dell'amplificatore ad una variazione a gradino.

Questa variazione è chiamata *slew rate* ed è definita nel seguente modo:

$$\frac{de_o(t)}{dt} = S_o$$

in cui S_o è un parametro caratteristico dell'amplificatore.

Se la tensione in ingresso è di tipo sinusoidale

$$e_i(t) = e_i \cdot \text{sen}(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t)$$

la sua derivata è

$$\frac{de_i(t)}{dt} = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot e_i \cdot \text{cos}(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t)$$

il cui valore massimo è $2 \cdot \pi \cdot f \cdot e_i$. Affinché l'amplificatore non introduca ritardi significativi è, quindi, necessario che venga rispettata la disuguaglianza:

$$2 \cdot \pi \cdot f \cdot e_i \leq S_o$$

4.2. IL TRIGGER DI SCHMITT

L'amplificatore comparatore, illustrato in uno dei paragrafi precedenti, è utilizzato quando è necessario rivelare il passaggio di una tensione al di sopra o al di sotto di un determinato valore, detto *valore di soglia*. Lo schema dell'amplificatore comparatore è mostrato nella figura 4.6; in questo schema il morsetto non invertente è collegato con la tensione continua di soglia, e_r , mentre la tensione da controllare è posta sul morsetto invertente.

Quando la differenza di tensione, $\epsilon(t)$

$$\epsilon(t) = e^+ - e^- = e_r - e_i(t) \tag{4.3}$$

all'ingresso dell'amplificatore, fra il morsetto non invertente e quello invertente è positiva, la tensione di uscita, $e_o(t)$, assume il valore della tensione di alimentazione, V_s^+ , mentre se è negativa, assume il valore della tensione V_s^- .

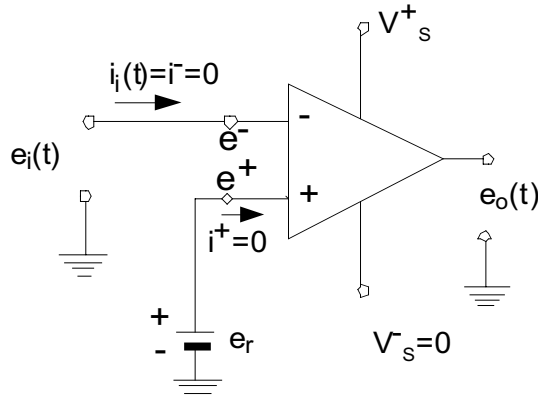


Figura 4.6. Amplificatore comparatore con una tensione di soglia, e_r .

La figura 4.7 illustra il comportamento dell'amplificatore comparatore nel caso in cui la tensione di alimentazione V_s^+ ha un valore positivo, mentre la tensione V_s^- ha il valore zero.

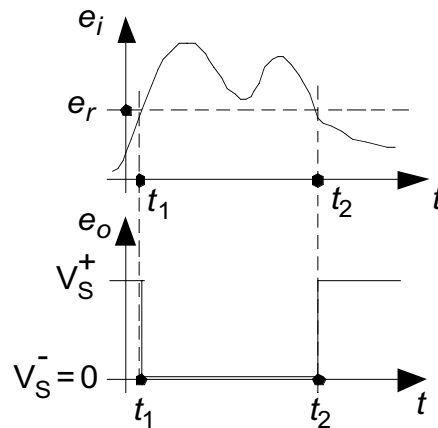


Figura 4.7. Andamento della tensione di ingresso e di uscita di un amplificatore comparatore in presenza di una tensione di soglia, e_r .

In base alla (4.3), quando la tensione $e_i(t)$ è inferiore al valore di soglia e_r , la tensione di uscita assume il valore V_s^+ , mentre se è superiore, assume valore zero.

Questo comportamento sarebbe corretto, se il segnale avesse un andamento regolare, come in figura 4.7. Nella realtà l'andamento della tensione ha un andamento irregolare, che può rendere difficile la determinazione del passaggio della tensione attraverso la soglia, come è evidenziato nella figura seguente.

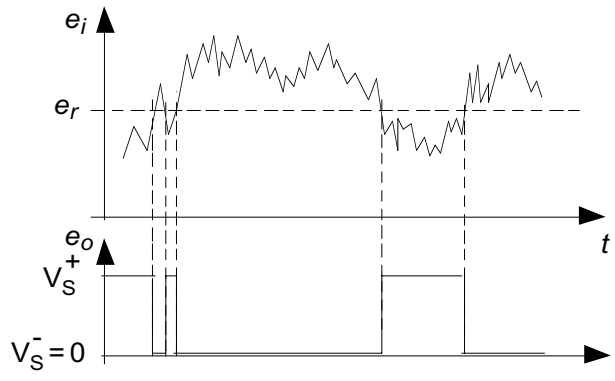


Figura 4.8. Comportamento dell'amplificatore comparatore, in presenza di un disturbo elettrico di alta frequenza.

Si nota come la presenza di frastagliature rende indeterminato il passaggio per il valore di soglia. Un modo efficace di migliorare le prestazioni dell'amplificatore comparatore è quello di introdurre una contro reazione positiva, come mostrato nella figura 4.9; questo tipo di amplificatore viene chiamato *Trigger di Schmitt*.

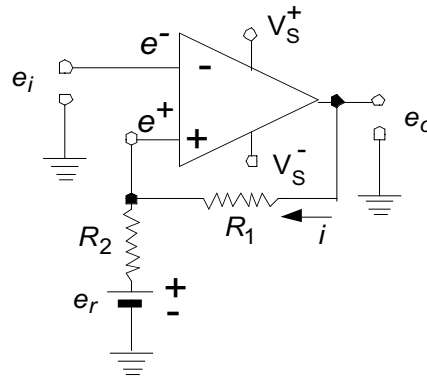


Figura 4.9. Schema del Trigger di Schmitt.

Sul morsetto non invertente è presente una frazione della tensione di uscita, $e_o(t)$, che può assumere il valore V_s^+ o V_s^- , in relazione al segno della differenza delle due tensioni di ingresso, $\varepsilon = e^+ - e^-$. Nell'esempio illustrato in seguito le due tensioni di alimentazione hanno lo stesso valore assoluto, ma segno opposto, così che $V_s^+ = V_a$ e $V_s^- = -V_a$.

Se in un determinato istante la tensione di uscita è

$$e_o = V_s^+ = V_a$$

si ha:

$$V_a - (R_1 + R_2) \cdot i - e_r = 0, \quad e^+ = V_a - R_1 \cdot i$$

Da queste espressioni si ricava il valore della tensione di soglia, e_r , scelto per il passaggio della tensione di uscita, e_o , dal valore V_a al valore $-V_a$ e viceversa, a secondo del segno di $\varepsilon = e^+ - e^-$.

$$e^+ = V_a \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} + e_r \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} = V_a \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} + e_r'$$

in cui:

$$e_r' = e_r \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

La differenza delle due tensioni di ingresso è:

$$\varepsilon = e^+ - e^- = \left[V_a \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} + e_r' \right] - e_i(t)$$

per cui il passaggio della tensione di uscita al valore $e_o = V_s^- = -V_a$, avviene, quando il valore della tensione di ingresso soddisfa la seguente disuguaglianza:

$$e_i(t) > V_a \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} + e_r'$$

Poniamo, adesso, il caso in cui in un determinato istante la tensione in uscita abbia il valore

$$e_o = V_s^- = -V_a$$

per cui la tensione al morsetto non invertente è:

$$e^+ = -V_a \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} + e_r'$$

e, quindi:

$$\varepsilon = e^+ - e^- = \left[-V_a \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} + e_r' \right] - e_i(t)$$

Il cambio di tensione sul morsetto di uscita al valore $e_o = V_s^+ = V_a$ si verifica nel momento in cui:

$$e_i(t) < -V_a \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} + e_r'$$

Nella figura 4.10 è mostrato l'andamento della tensione di uscita del *Trigger di Schmitt* al variare del valore della tensione sul morsetto invertente di ingresso.

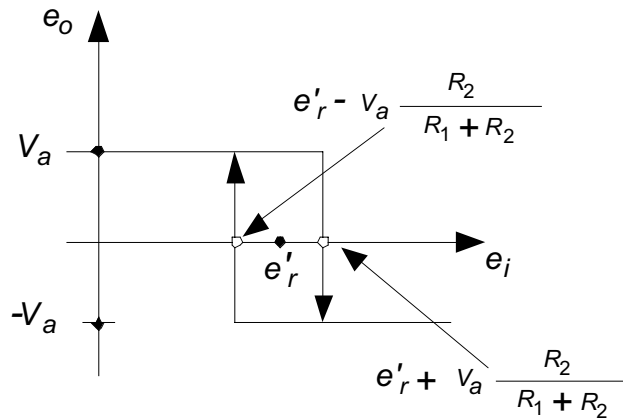


Figura 4.10. Andamento della tensione di uscita del Trigger di Schmitt in presenza di una tensione di soglia, e_r .

Applichiamo, ora, il Trigger di Schmitt al segnale mostrato nella figura 4.11. All'aumentare della tensione di ingresso, $e_i(t)$, dai valori negativi a quelli positivi, la tensione di uscita, $e_o(t)$, passa da $+V_a$ a $-V_a$ dopo che il valore della tensione di ingresso ha superato il valore di $e_i(t) > V_a \cdot (R_2/R_1 + R_2) + e_r$. Al contrario, al diminuire della tensione di ingresso, il cambio di tensione sul morsetto di uscita avviene, quando il valore della tensione $e_i(t)$ è inferiore a $e_i(t) < -V_a \cdot (R_2/R_1 + R_2) + e_r$. Il valore delle resistenze deve essere scelto in modo che $V_a \cdot (R_2/R_1 + R_2)$ sia superiore alle oscillazioni di tensione attorno al valore di soglia e_r , in modo da evitare gli inconvenienti illustrati nella figura 4.15. Nella figura 4.11 si può osservare l'andamento della tensione di uscita del *Trigger di Schmitt* in presenza di un segnale con un andamento irregolare.

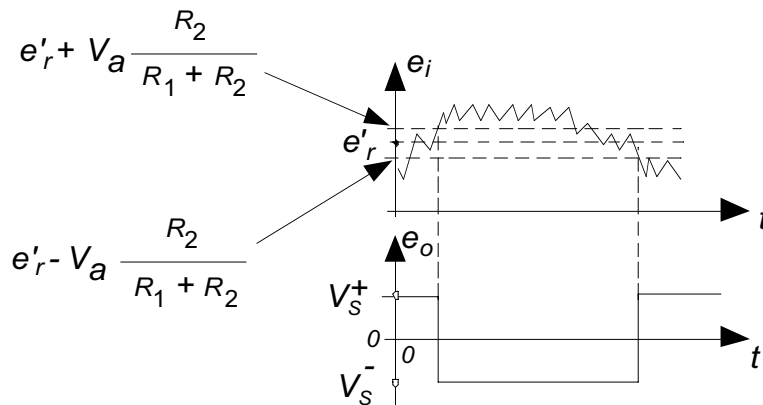


Figura 4.11. Andamento della tensione di uscita del Trigger di Schmitt.

Si può notare come la presenza delle due resistenze di controreazione ha permesso di annullare i disturbi dovuti alle piccole oscillazioni della tensione di ingresso del Trigger.

4.3 L'OSCILLOSCOPIO

Per la visualizzazione e la misura di grandezze tempo-varianti si utilizza uno strumento, chiamato *oscilloscopio*. Questo strumento è in grado di visualizzare su uno schermo una porzione temporale del segnale elettrico, proveniente dal sensore, come è mostrato nella figura 4.12. Nella prima è presentato il *segnale periodico* proveniente dal sensore, in cui è stata messa in evidenza la porzione temporale che si intende visualizzare sullo schermo dell'oscilloscopio, mentre la seconda figura mostra il quadrante dell'oscilloscopio, su cui è fissata la porzione desiderata del segnale; nel quadrante l'asse orizzontale, x , prende il posto della variabile temporale, mentre sull'asse verticale, y , si legge l'intensità del segnale proveniente dal sensore.

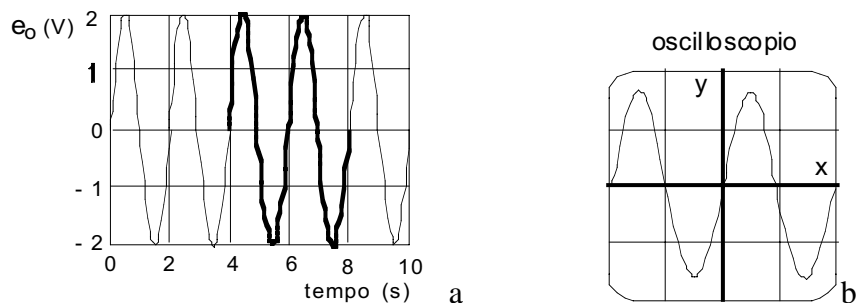


Figura 4.12. Andamento del segnale proveniente dal sensore e porzione dello stesso visualizzato sull'oscilloscopio.

Data l'assenza di masse in movimento, l'oscilloscopio è in grado di visualizzare in tempo reale la porzione del segnale; questa caratteristica rende l'oscilloscopio uno strumento prezioso, sia in laboratorio, sia in ambiente industriale per la verifica *in linea* delle grandezze elettriche sotto osservazione. Oltre a questa importante caratteristica, l'oscilloscopio può memorizzare una porzione temporale del segnale e riportarlo sullo schermo in un tempo successivo per una sua analisi.

Poiché la funzione sullo schermo (vedi fig. 4.12b) deve essere simile alla forma d'onda proveniente dal sensore, è necessario che la dimensione verticale, y , della funzione disegnata sullo schermo sia proporzionale al valore della tensione proveniente dal sensore, mentre la dimensione orizzontale, x , sul quadrante dell'oscilloscopio sia proporzionale al tempo:

$$y(t) = c_1 \cdot e_y(t); \quad x(t) = c_2 \cdot t \quad (4.4)$$

La visualizzazione di un segnale elettrico del tipo di figura 4.12a viene realizzata tramite un pennellino di elettroni, che colpiscono lo schermo dell'oscilloscopio. Gli elettroni, colpendo gli atomi dello schermo, li portano in uno stato eccitato⁴; il ritorno di questi atomi allo stato di riposo genera una radiazione elettromagnetica nel campo del visibile.

Di seguito vengono illustrati i principi di funzionamento dell'*oscilloscopio a filo caldo*, schematizzato nella figura 4.13. Gli elettroni del pennellino, emessi dal filamento caldo f , del catodo, percorso dalla corrente i , vengono accelerati verso l'anodo dal campo elettrico, generato dalla forza elettromotrice e_p .

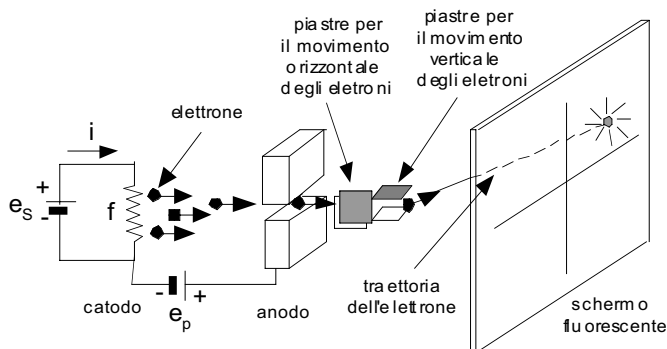


Figura 4.13. Schema dell'oscilloscopio a filo caldo.

Gli elettroni, attraversato il foro praticato nell'anodo, proseguono con moto uniforme fino all'ingresso delle due coppie di piastre, i cui campi elettrici impongono un movimento orizzontale e uno verticale al percorso degli elettroni.

Prendiamo in esame il comportamento degli elettroni, mentre attraversano una coppia di piastre, ad esempio, quella che regola lo spostamento orizzontale. Tra queste piastre è generata una differenza di tensione, $e_x(t)$, variabile nel tempo (vedi fig. 4.14); la distanza fra le piastre è d e la loro altezza è s ; v_p è la velocità dell'elettrone parallela alle piastre e v , quella trasversale.

⁴ Vedi paragrafo *Il velocimetro laser* nel Capitolo *Misure di velocità lineare e rotazionale*.

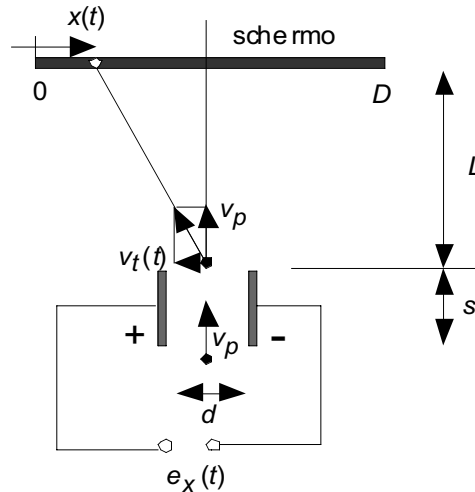


Figura 4.14. Moto dell'elettrone attraverso le piastre, che regolano lo spostamento orizzontale.

All'istante t è presente fra le piastre una differenza di tensione, $e_x(t)$, che genera al loro interno un campo elettrico

$$E_x(t) = \frac{e_x(t)}{d}. \quad (4.5)$$

L'elettrone, di carica q , per tutto l'intervallo infinitesimo di tempo, $\partial t = s/v_p$, è soggetto ad una forza:

$$F_x(t) = q \cdot E_x(t); \quad (4.6)$$

che imprime un'accelerazione perpendicolare al moto dell'elettrone, $a_p(t)$. Dato il tempo infinitesimo, ∂t , il campo elettrico $E_x(t)$ può ritenersi costante per tutto questo periodo. L'accelerazione perpendicolare, impressa all'elettrone, è data dalla espressione⁵:

$$a_t(t) = \frac{v_t(t + \partial t) - v_{it}(t)}{\partial t} = \frac{v_t(t + \partial t)}{\partial t} \cong \frac{v_t(t)}{\partial t}$$

in cui $v_{it}(t)$ è la velocità trasversale all'ingresso delle piastre (nulla nel nostro caso) e $v_t(t)$ è la velocità trasversale dell'elettrone all'uscita dalle piastre. Ne consegue:

$$q \cdot E_x(t) = m_e \cdot \frac{v_t(t)}{\partial t} = m_e \cdot \frac{v_t(t)}{s} \cdot v_p \quad (4.7)$$

in cui m_e è la massa dell'elettrone. Utilizzando le espressioni precedenti, si ottiene la velocità trasversale:

$$v_t(t) = \frac{q \cdot s}{v_p \cdot m_e \cdot d} \cdot e_x(t) = k \cdot e_x(t)$$

Lo spostamento $x(t)$ del punto luminoso sullo schermo, prodotto dall'urto degli elettroni con gli atomi fluorescenti dello schermo, è:

$$\frac{D}{2} - x(t) = \frac{L}{v_p} \cdot v_{pd}(t), \text{ da cui} \quad e_x(t) = \frac{1}{h} \cdot \left[\frac{D}{2} - x(t) \right],$$

con $h = L \cdot (k/v_p)$ e D la larghezza dello schermo che esprime una relazione lineare fra lo spostamento del punto luminoso sullo schermo e la tensione alle piastre. Poiché lo spostamento deve essere proporzionale al tempo (vedi 4.4), ne consegue che la tensione $e_x(t)$ deve essere a sua volta proporzionale al tempo

$$e_x(t) = \frac{1}{h} \cdot \left(\frac{D}{2} - c_2 \cdot t \right)$$

e variare in modo che il pennellino parta dall'estremo sinistro dello schermo e arrivi all'estremo opposto, D , come mostrato nella figura seguente. Utilizzando queste due ultime espressioni, si deduce che il

⁵ Nella espressione si è approssimato il tempo $t + \partial t$ con t , dato il valore estremamente piccolo di ∂t .

pennellino elettronico percorre lo schermo a velocità uniforme, c_2 ; T è il tempo impiegato dal punto luminoso per attraversare lo schermo: $T = D/c_2$.

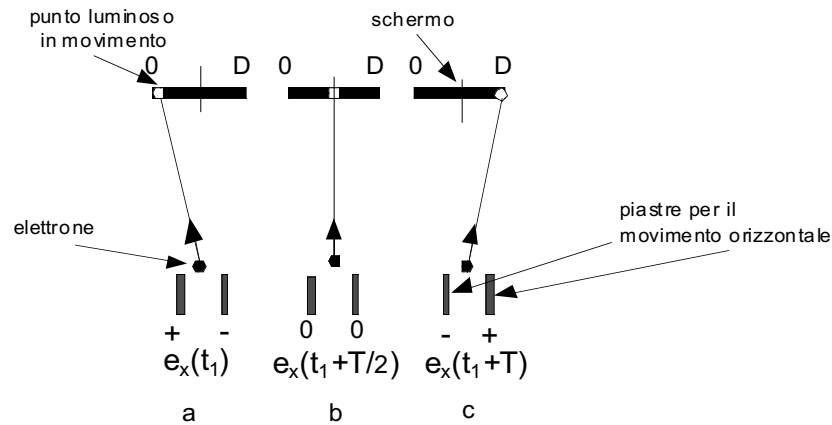


Figura 4.15. Spostamento dell'elettrone sullo schermo in funzione della differenza di tensione sulle piastre.

Al tempo t_1 la tensione sulla piastra di sinistra (vedi fig. 4.15a) è superiore a quella sulla piastra di destra e la direzione dell'elettrone è deviata in modo che l'impatto sullo schermo avvenga sull'estremo sinistro; al tempo $t_1 + T/2$ (fig. 4.15b) le tensioni sulle piastre sono uguali, per cui l'elettrone non subisce alcuna deviazione, e l'impatto avviene sul centro dello schermo; una situazione opposta alla prima si presenta al tempo $t_1 + T$ (fig. 4.15c), in cui la tensione sulla piastra sinistra è inferiore a quella sulla piastra destra.

Anche per lo spostamento verticale, y , del pennellino si può ripetere quanto già esposto per lo spostamento orizzontale, per cui sarà proporzionale alla tensione, $e_y(t)$, proveniente dal sensore; questa tensione è applicata alle piastre, che regolano il moto verticale.

Il pennellino elettronico percorre lo schermo da sinistra a destra in $T = D/c_2$ secondi, per cui la tensione $e_x(t)$ varia linearmente entro i seguenti valori:

$$t = 0, \quad e_x = \frac{1}{h} \cdot \frac{D}{2} \qquad t = T, \quad e_x = -\frac{1}{h} \cdot \frac{D}{2}$$

Ne consegue che il valore assoluto della tensione $e_x(t)$ deve essere compreso fra:

$$e_{max} \geq e_x(t) \geq -e_{max}$$

con $e_{max} = \frac{1}{h} \cdot \frac{D}{2}$.

Se la tensione supera questo valore, il pennellino elettronico colpisce le pareti laterali dello schermo. L'andamento della tensione, $e_x(t)$, dovendo essere lineare con il tempo e limitato fra i due valori, $-e_{max}$ e e_{max} , avrà l'andamento a dente di sega di figura 4.16.

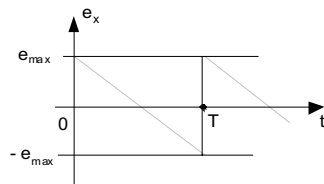


Figura 4.16. Andamento a dente di sega della tensione sulle piastre che regolano il movimento orizzontale del pennellino elettronico.

L'andamento della tensione è regolato dalla relazione:

$$e_x(t) = -e_{max} + k_2 \cdot t$$

Variando l'inclinazione della retta si varia il valore del tempo T e, di conseguenza, anche la velocità, v_x , di attraversamento orizzontale.

La combinazione delle due tensioni, $e_x(t)$ e $e_y(t)$, costringe il pennellino a muoversi in sintonia con la tensione proveniente dal sensore, nel senso che, mentre la tensione $e_x(t)$ costringe il pennellino a muoversi lungo l'asse x in modo proporzionale al tempo, la tensione $e_y(t)$ lo spinge a muoversi lungo l'asse y ,

proporzionalmente alla tensione stessa. Sullo schermo dell'oscilloscopio viene, quindi, disegnato il tratto del segnale compreso nell'intervallo di tempo T , come mostrato nella figura 4.17.

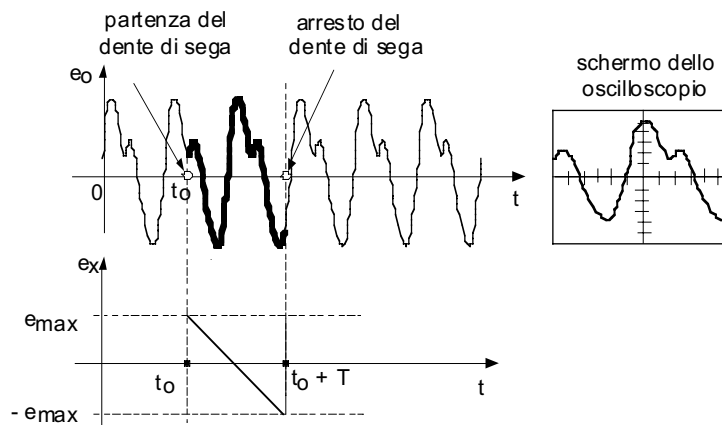


Figura 4.17. Trasposizione sullo schermo dell'oscilloscopio di un tratto di segnale proveniente da un sensore.

Trascorso l'intervallo di tempo T , il pennellino si trova all'estremo destro dello schermo e in questo istante viene, dal circuito di comando dell'oscilloscopio, istantaneamente riportato all'estremo sinistro, poiché sulle piastre viene ripristinata la tensione $-e_{max}$.

Le considerazioni che vengono svolte nel seguito sono applicate a segnali periodici, di periodo T_o ⁶. Se la tensione a dente di sega, $e_x(t)$, dovesse ripartire nell'istante di tempo $t = t_o + T$, o $t = t_o + 2 \cdot T$ e così via (vedi fig. 4.18a), si determinerebbe sullo schermo una situazione confusa, descritta nella figura 4.18b, caratterizzata dalla sovrapposizione di curve diverse. Il tratto di curva impresso sullo schermo durante il primo periodo andrà scomparendo nel tempo, sostituito dal secondo tratto e così via.

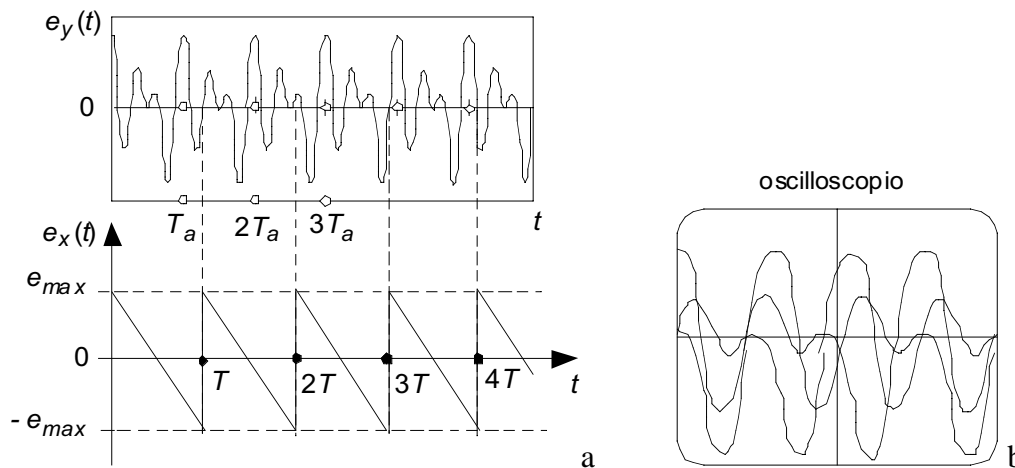


Figura 4.18. Partenza non corretta della tensione a dente di sega (a) e visione sullo schermo dell'oscilloscopio dei vari spezzoni di segnale (b).

Se si vuole, invece, evidenziare sullo schermo sempre lo stesso tratto di curva, occorre fare ripartire il pennellino, non all'istante $t = T$, ma nel momento in cui la curva periodica del segnale riprende il valore, che aveva all'istante $t = 0$, cioè, nel nostro esempio, il pennellino deve ripartire all'istante $t = 2 \cdot T_a$, in cui T_a è il periodo della forma d'onda del segnale. Quindi, la partenza del dente di sega deve essere ritardata, nel nostro esempio, di un tempo pari a $\Delta t = 2 \cdot T_a - T$, dato che, in questo caso, il tempo T è superiore a un periodo, T_a , come mostrato nella figura 4.19.

Durante l'intervallo di attesa, Δt , sullo schermo rimane l'immagine della curva precedentemente impressa, la cui intensità va progressivamente attenuandosi; questa attenuazione non viene percepita dall'occhio e viene subito rafforzata dall'immagine successiva. Sullo schermo, quindi, si imprime sempre la stessa porzione di curva, disegnata in neretto nella figura seguente.

⁶ Se il segnale non è periodico, si predispone l'oscilloscopio in modo da acquisire la porzione di segnale, relativa all'intervallo di tempo $0 \div T$, nella memoria dell'oscilloscopio; in un secondo tempo questa porzione di segnale viene visualizzata sullo schermo per una sua analisi.

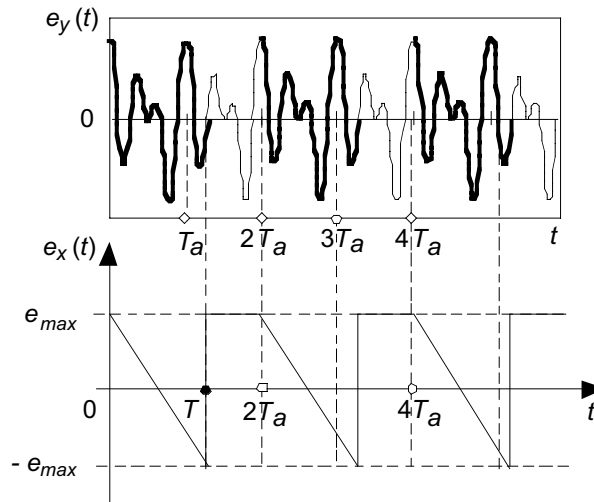


Figura 4.19. Partenza corretta della tensione a dente di sega.

Se sullo schermo si vuole riprodurre un tratto più ampio del segnale, occorre avere una rampa di risalita del dente di sega meno pronunciata, cioè bisogna ridurre l'angolo di inclinazione dell'andamento rettilineo della tensione $e_x(t)$. Uno dei modi utilizzati per modificare questa inclinazione verrà descritto più avanti.

Per comandare la partenza della tensione a dente di sega, si utilizza il *Trigger di Schmitt*⁷. Nella sua versione più semplice il *Trigger di Schmitt* è costituito da un amplificatore operazionale, in cui il morsetto invertente è collegato con una tensione continua di soglia, e_r , la cui intensità può essere variata, mentre la tensione proveniente dal sensore è posta sul morsetto non invertente (vedi fig. 4.20a).

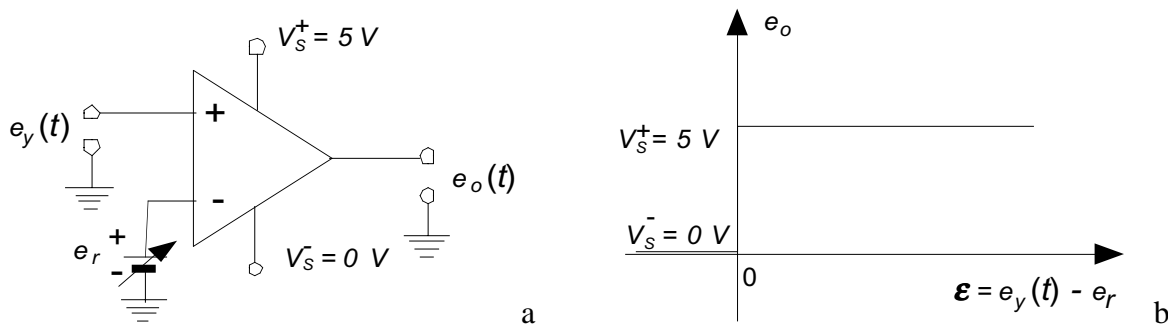


Figura 4.20. Schema semplificato del Trigger di Schmitt con una tensione di soglia (a) e andamento della tensione di uscita del Trigger di Schmitt.

Le tensioni di alimentazione sono $V_s^+ = 5V$ e $V_s^- = 0V$. La tensione di uscita del Trigger è $e_o = V_s^+ = 5V$ ⁸, quando la tensione proveniente dal sensore è superiore al valore di soglia e_r , ed è uguale a zero nel caso contrario, come è mostrato nella figura 4.20b.

Non appena la tensione $e_y(t)$ attraversa il valore di soglia e_r , l'uscita del Trigger registra un brusco cambiamento di tensione, come è stato accennato in precedenza, che determina la partenza della tensione $e_x(t)$.

Il passaggio di tensione attraverso il valore di soglia può avvenire, sia in fase di aumento della tensione $e_y(t)$, sia in fase di diminuzione della stessa. Nell'oscilloscopio è possibile utilizzare le due possibilità: se

il comando di partenza del dente di sega è posto sulla opzione *up*, caratterizzata dal simbolo , nell'istante in cui la tensione $e_o(t)$ passa da 0 [V] a 5 [V], parte la tensione $e_x(t)$. Se, viceversa, il comando è posto sulla opzione *down*, caratterizzata dal simbolo , quando la tensione $e_o(t)$ passa da 5 [V] a 0 [V], inizia la partenza della tensione $e_x(t)$.

⁷ Vedi il paragrafo *Il trigger di Schmitt*.

⁸ Vedi il paragrafo *L'Amplificatore operazionale*.

L'esempio riportato di seguito serve a chiarire quanto esposto precedentemente. La figura 4.21a mostra l'andamento della tensione periodica, con periodo T_o , proveniente dal sensore, mentre nella figura 4.21b è presentata la tensione in uscita dal *Trigger di Schmitt* in *opzione down*. Quando la tensione $e_y(t)$ attraversa in discesa il valore di soglia e_r , la tensione del Trigger passa da 5 V a 0 V; questo passaggio avviene al tempo t_o , tempo di partenza del dente di sega. Dopo l'intervallo di tempo T , il pennellino elettronico ha percorso tutto lo schermo dell'oscilloscopio e viene riportato al punto di partenza sul lato sinistro dello schermo, imponendo alla tensione $e_x(t)$ di assumere il valore e_{max} . Questo passaggio non è istantaneo, come vedremo più avanti, ma avviene in un tempo finito, come mostrato nella figura 4.21c.

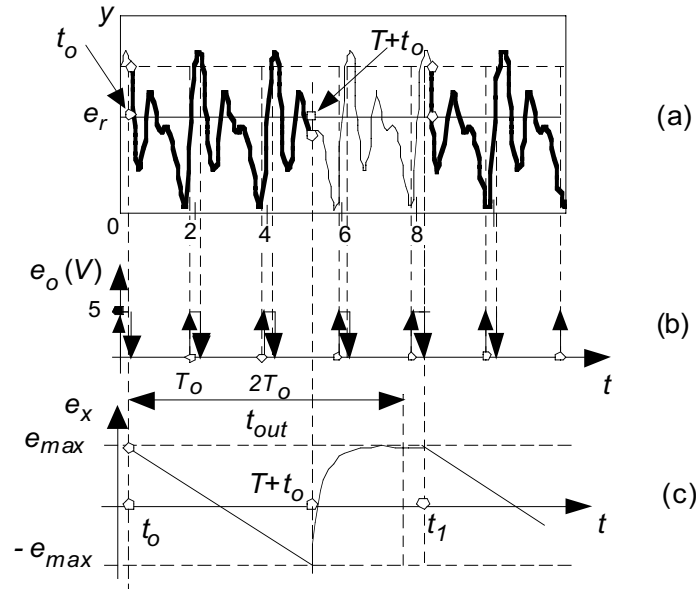


Figura 4.21. Andamento delle tensioni del sensore, del Trigger e del dente di sega.

Dopo che il transitorio della tensione $e_x(t)$ si è esaurito, cioè, dopo l'intervallo di tempo t_{out} , l'oscilloscopio è in grado di fare ripartire, al tempo t_1 , la tensione del dente di sega e, quindi, di ridisegnare sullo schermo un altro spezzone della forma d'onda della tensione proveniente dal sensore, identica alla prima (segnata in neretto nella fig. 4.21a). Durante tutto l'intervallo di tempo

$$\Delta t = t_1 - t_o$$

il circuito di comando dell'oscilloscopio non percepisce gli impulsi di tensione provenienti dal Trigger. Nella figura 4.22 è mostrata la parte della forma d'onda della tensione del sensore, selezionata dall'oscilloscopio.

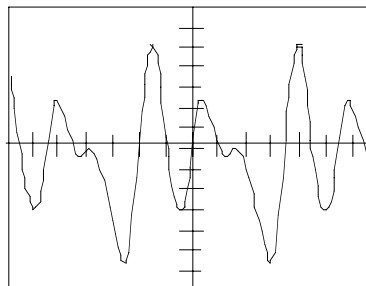


Figura 4.22. Visualizzazione sullo schermo dell'oscilloscopio di una parte della forma d'onda della tensione proveniente dal sensore.

Il circuito, che genera l'andamento a dente di sega della tensione $e_x(t)$, può essere realizzato nella sua versione più semplice da un circuito resistivo-capacitivo descritto nella figura 4.23a.

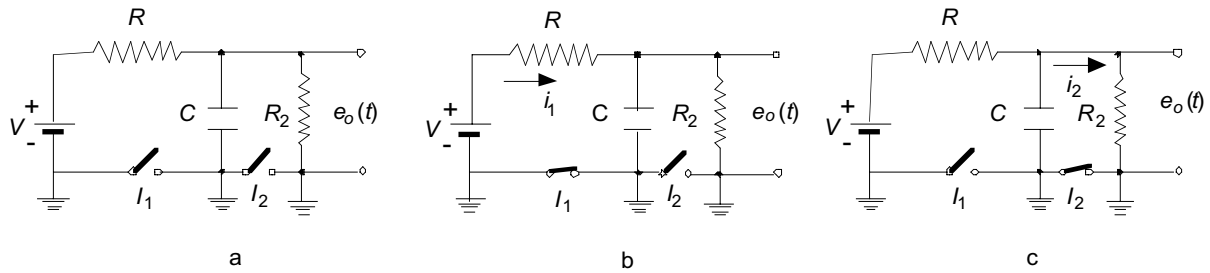


Figura 4.23. Circuito per la generazione della tensione a dente di sega.

La partenza della tensione, $e_o(t)$, avviene nel momento in cui si chiude l'interruttore I_1 , comandato dal Trigger di Schmitt e contemporaneamente si apre l'interruttore I_2 ; in questo istante il condensatore C è scarico (vedi fig. 4.23b). L'equazione che regola il comportamento del circuito è la seguente:

$$V = R \cdot i(t) + \frac{1}{C} \int_0^t i(t') dt'$$

Derivando questa equazione, si ottiene:

$$R \cdot C \frac{di(t)}{dt} + i(t) = 0$$

la cui soluzione è data dall'espressione:

$$i(t) = c_1 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

con $\tau = R \cdot C$.

La tensione ai capi del condensatore è:

$$e_o(t) = \frac{c_1}{C} \int_0^t e^{-\frac{t'}{\tau}} dt' = c_1 \cdot R \int_0^{\frac{t}{\tau}} e^{-\lambda} d\lambda$$

con $\lambda = \frac{t'}{\tau}$.

Risolvendo l'integrale e tenendo conto che per $t \rightarrow \infty$ la tensione tende a V , si ha:

$$e_o(t) = V \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \tag{4.8}$$

il cui andamento è mostrato nella figura 4.24 con $V = 5 [V]$.

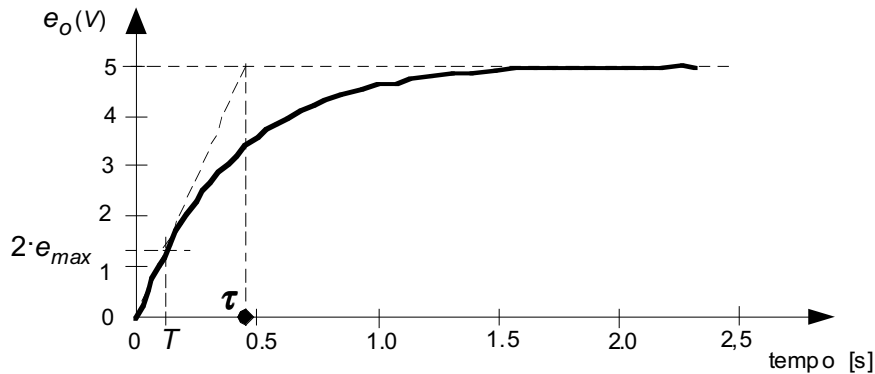


Figura 4.24. Andamento della tensione in uscita al circuito RC di figura 4.23b.

La derivata della funzione all'origine incrocia l'asintoto nel punto (τ, V) . Nell'intorno dello zero questa curva può essere approssimata dalla retta tangente nel punto di origine

$$e_o(t) \cong \frac{V}{\tau} \cdot t$$

Quando la tensione $e_o(t)$ raggiunge il valore $2 \cdot e_{max}$, l'interruttore I_1 viene aperto e contemporaneamente viene chiuso l'interruttore I_2 . Il condensatore C si scarica attraverso la resistenza R_2 con una costante di tempo pari a $\tau_2 = R_2 \cdot C$ (vedi fig. 4.23c). Infatti, il nuovo circuito è un semplice circuito resistivo-capacitivo, la cui equazione è la seguente:

$$\frac{1}{C} \int_{t_1}^t i(t') \cdot dt' + R_2 \cdot i(t) - V \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) = 0$$

Derivando i termini di questa espressione rispetto al tempo, si ha l'equazione:

$$\frac{1}{C}i(t) + R_2 \cdot \frac{di(t)}{dt} = 0$$

la cui soluzione è:

$$i(t) = k \cdot e^{-\frac{t}{\tau_2}}$$

con $\tau_2 = R_2 \cdot C$. Al tempo $t = t_1$ la corrente ha la seguente espressione:

$$i(t_1) = k \cdot e^{-\frac{t_1}{\tau_2}} = \frac{V \left(1 - e^{-\frac{t_1}{\tau}}\right)}{R_2}$$

da cui si ricava il valore della costante:

$$k = \frac{V \left(1 - e^{-\frac{t_1}{\tau}}\right)}{R_2} e^{\frac{t_1}{\tau_2}}$$

La tensione ai capi della resistenza è data dall'espressione:

$$e_{o2}(t) = R_2 \cdot \frac{V \cdot \left(1 - e^{-\frac{T}{\tau_1}}\right)}{R_2} \cdot e^{\frac{T}{\tau_2}} \cdot e^{-\frac{t}{\tau_2}}$$

da cui:

$$e_{o2}(t) = V \cdot \left(1 - e^{-\frac{T}{\tau}}\right) \cdot e^{-\frac{t-T}{\tau_2}}$$

L'andamento della tensione $e_o(t)$ è mostrato nella figura 4.25.

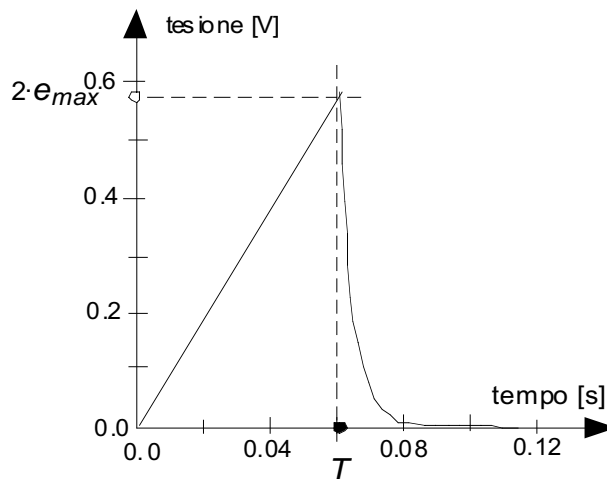


Figura 4.25. Andamento della tensione a dente di sega.

La tensione massima è uguale a $2 \cdot e_{max}$. Per fare in modo che la tensione ai capi delle piastre orizzontali passi da $+e_{max}$ a $-e_{max}$ occorre mettere in serie al circuito un amplificatore invertente con due resistenze uguali che inverte il segno della tensione di figura 4.25 e una tensione di *off-set*, pari a $e_{offset} = e_{max}$, come descritto nella figura 4.26.

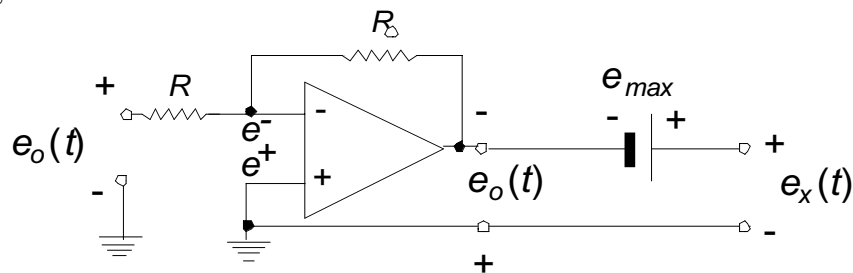


Figura 4.26. Circuito per innalzare l'andamento di figura 4.25 di una quantità pari a e_{max} e per invertirne il segno

Infatti, per il principio di Kirchoff sulle tensioni nella maglia $[-e_o(t), e_{max}, e_x(t)]$ si ha:

$$+ \{-e_o(t)\} + e_{max} - e_x(t) = 0$$

da cui:

$$e_x(t) = -e_o(t) + e_{max}$$

Nella figura 4.27 è mostrato l'andamento della tensione a dente di sega.

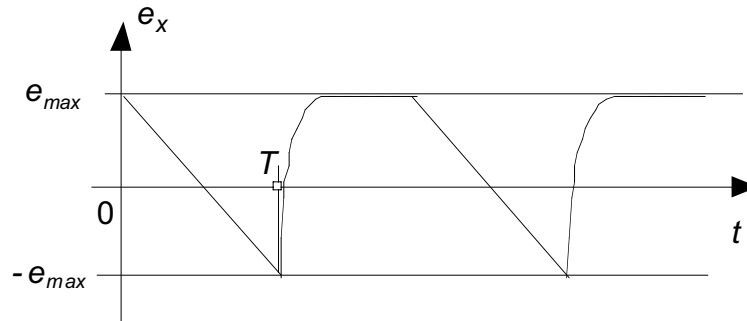


Figura 4.27. Andamento della tensione a dente di sega con un off-set di $-e_{max}$.

Variando il tempo di ritardo $\tau = R \cdot C$ si varia la pendenza del dente di sega, come è evidente dalla figura 4.27. La discesa della tensione dipende dal valore della resistenza R_2 , dato che è legata al valore della costante di tempo $\tau_2 = R_2 \cdot C$; la resistenza non può essere troppo piccola per non avere correnti troppo elevate nel circuito di scarica, in grado di danneggiare il circuito.

BIBLIOGRAFIA

- R. Giometti, F. Frascari, *Elettronica, l'analogica*, Calderini 1999.
- P. Horowitz, W. Hill, *The art of electronics*, second edition, Cambridge University Press (1998).
- J. Millman, Christos, C. Halkias, *Integrated electronics: analog and digital circuits and systems*, McGraw-Hill (1972).
- G. Rizzoni, *Principles and applications of electrical engineering*, McGraw-Hill (2000), (third edition).