

Tema n. 1 – Anno 1983

Di un trasformatore trifase sono noti i seguenti dati:

- potenza nominale: $S_n = 120$ kVA
- tensione nominale primaria: $V_{1n} = 10000$ V
- tensione nominale secondaria a vuoto: $V_{20n} = 400$ V
- frequenza nominale: $f_n = 50$ Hz
- potenza assorbita nella prova di corto circuito: $P_{cc}\% = 1,8\%$
- tensione di corto circuito: $V_{cc}\% = 4,5\%$
- potenza assorbita nella prova a vuoto: $P_0\% = 1,5\%$
- fattore di potenza a vuoto: $\cos \varphi_0 = 0,26$

Il trasformatore alimenta, alla tensione secondaria di 380 V, due utenze trifasi equilibrate costituite da:

- a) un carico ohmico induttivo che assorbe una potenza di 40 kW con fattore di potenza 0,6;
- b) in motore asincrono trifase di cui sono noti i seguenti dati:
 - tensione nominale: $V_n = 380$ V
 - frequenza nominale: $f_n = 50$ Hz
 - potenza nominale: $P_n = 30$ kW
 - numero di coppie polari: $p = 3$
 - resistenza misurata tra due morsetti statorici: $R_m = 0,267 \Omega$
 - potenza assorbita a vuoto con fasi rotoriche normalmente in corto circuito: $P_{0c} = 1320$ W
 - fattore di potenza relativo: $\cos \varphi_{0c} = 0,2$
 - potenza assorbita subito dopo la prova a vuoto con fasi rotoriche aperte e prima che il rotore abbia sensibilmente rallentato: $P_{0a} = 770$ W
 - fattore di potenza relativo: $\cos \varphi_{0a} = 0,16$

Quando il motore lavora a pieno carico, con i valori nominali di tensione e frequenza, assorbe una corrente di 60 A, mentre la frequenza rotorica è pari a 1,8 Hz.

Nell'ipotesi che tutti i dati sopra riportati siano riferiti alla temperatura convenzionale, il candidato determini:

- 1) la coppia resa e il rendimento del motore a pieno carico, considerando le perdite addizionali pari allo 0,5% della potenza attiva assorbita;
- 2) la tensione primaria del trasformatore nella condizione di carico considerata;
- 3) il rendimento convenzionale del trasformatore nella stessa condizione di carico;

e, facoltativamente:

- 4) la potenza reattiva della batteria di condensatori da disporre sul lato alta tensione del trasformatore affinché il fattore di potenza all'arrivo della linea che lo alimenta risulti pari a 0,9 in ritardo. Si supponga che la tensione della linea non vari per effetto del rifasamento.

Il candidato illustri i criteri adottati nelle diverse determinazioni.

■ Soluzione

Lo schema elettrico dell'alimentazione dei carichi mediante il trasformatore è rappresentato nella **figura 1.1**.

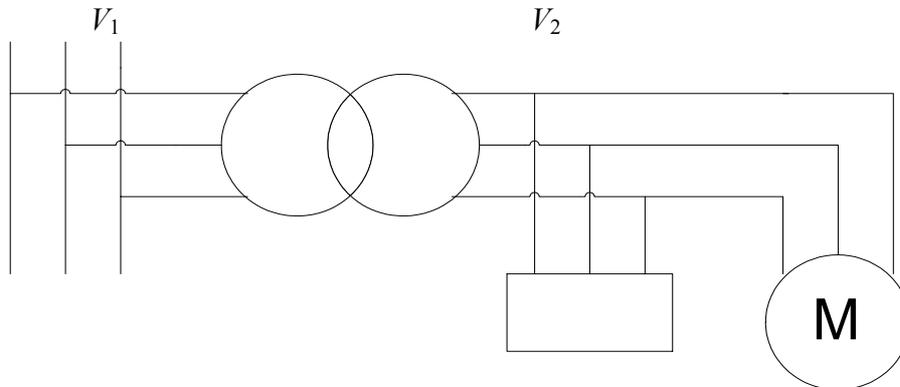


Fig. 1.1 Schema elettrico dell'alimentazione.

a) 40 kW
 $\cos \varphi = 0,6$

b) 30 kW

Domanda 1

A pieno carico la potenza meccanica resa dal m.a.t. è pari a quella nominale:

$$P_r = P_n = 30 \text{ kW}$$

Per calcolare la *coppia resa* occorre conoscere la velocità di rotazione del motore, il cui scorrimento di funzionamento è dato dal rapporto tra la frequenza rotorica e quella statorica. Si ottiene:

$$s = \frac{f_r}{f} = \frac{1,8}{50} = 0,036$$

$$n_0 = \frac{60f}{p} = \frac{60 \times 50}{3} = 1000 \text{ giri/min}$$

$$n = n_0(1 - s) = 1000(1 - 0,036) = 964 \text{ giri/min}$$

$$C_r = \frac{60P_r}{2\pi n} = \frac{60 \times 30000}{2 \times \pi \times 964} = 297,2 \text{ Nm}$$

Per il calcolo del rendimento del motore occorre determinarne la potenza elettrica assorbita, pari alla somma di quella resa e di quella persa.

Nel funzionamento a pieno carico la corrente statorica I_1 è uguale a quella nominale, di valore 60 A. Conoscendo la resistenza misurata tra due morsetti statorici alla temperatura convenzionale di funzionamento, si determina la *potenza persa nel rame di statore*:

$$P_{j1} = 1,5R_m I_1^2 = 1,5 \times 0,267 \times 60^2 = 1442 \text{ W}$$

Dai risultati della prova a vuoto eseguita con i morsetti rotorici chiusi in corto circuito si calcola la somma delle perdite nel ferro e di quelle meccaniche per attrito e ventilazione, pari alla differenza tra la potenza assorbita a vuoto e le perdite per effetto Joule a vuoto, che si considerano convenzionalmente solo nello statore, ritenendo nulla la corrente rotorica in questa condizione.

Si ottiene:

$$I_{0c} = \frac{P_{0c}}{\sqrt{3}V_n \cos \varphi_{0c}} = \frac{1320}{1,732 \times 380 \times 0,2} = 10 \text{ A}$$

$$P_f + P_{av} = P_{0c} - 1,5R_m I_{0c}^2 = 1320 - 1,5 \times 0,267 \times 10^2 = 1280 \text{ W}$$

Se, subito dopo la prova a vuoto, si aprono le fasi rotoriche si annulla la coppia meccanica prodotta dal motore e lo stesso continua a ruotare per inerzia, assorbendo dalla rete una potenza inferiore, non dovendo più sopperire alle perdite per attrito e ventilazione. Questo consente, detraendo dalla potenza misurata P_{0a} le nuove perdite nel rame statorico, di calcolare le sole *perdite nel ferro*. Si ottiene:

$$I_{0a} = \frac{P_{0a}}{\sqrt{3}V_n \cos \varphi_{0a}} = \frac{770}{1,732 \times 380 \times 0,16} = 7,31 \text{ A}$$

$$P_f = P_{0a} - 1,5R_m I_{0a}^2 = 770 - 1,5 \times 0,267 \times 7,31^2 = 749 \text{ W}$$

Le *perdite meccaniche* si ricavano per differenza:

$$P_{av} = (P_f + P_{av}) - P_f = 1280 - 749 = 531 \text{ W}$$

Le *perdite nel rame rotoriche* si determinano in funzione della potenza trasmessa e dello scorrimento con la relazione $P_{j2} = s P_t$, dove $P_t = P_r + P_{av} + P_{j2} = P_r + P_{av} + s P_t$, da cui si ha:

$$P_t = \frac{P_r + P_{av}}{1 - s} = \frac{30000 + 531}{1 - 0,036} = 31671 \text{ W}$$

$$P_{j2} = s P_t = 0,036 \times 31671 = 1140 \text{ W}$$

Ponendo convenzionalmente uguali allo 0,5% della potenza assorbita le perdite addizionali, si ricava il valore della *potenza assorbita* dalla macchina:

$$P_a = P_r + P_f + P_{j1} + P_{j2} + P_{av} + P_{add} = P_r + P_f + P_{j1} + P_{j2} + P_{av} + 0,005 P_a$$

da cui:

$$P_a = \frac{P_r + P_f + P_{j1} + P_{j2} + P_{av}}{1 - 0,005} = \frac{30000 + 749 + 1442 + 1140 + 531}{0,995} = 34032 \text{ W} \cong 34 \text{ kW}$$

Il *rendimento* del motore, nelle condizioni di carico specificate, è dato da:

$$\eta = \frac{P_r}{P_a} = \frac{30}{34} = 0,882 = 88,2\%$$

Domanda 2

Il trasformatore alimenta con tensione $V_2 = 380$ V il carico $R-L$ e il m.a.t., che costituisce anch'esso un carico ohmico-induttivo. Per calcolare la tensione primaria occorre determinare la corrente erogata e la caduta di tensione interna al trasformatore.

Il carico a) assorbe le potenze:

$$P_a = 40 \text{ kW} \quad Q_a = P_a \operatorname{tg} \varphi_a = 40 \times 1,333 = 53,3 \text{ kvar}$$

Il fattore di potenza del m.a.t. è dato da:

$$\cos \varphi_b = \frac{P_a}{\sqrt{3}VI_1} = \frac{34032}{\sqrt{3} \times 380 \times 60} = 0,862$$

Le potenze assorbite dal m.a.t. (*carico b*) sono quindi date da:

$$P_b = 34 \text{ kW} \quad Q_b = P_b \operatorname{tg} \varphi_b = 34 \times 0,588 = 20 \text{ kvar}$$

Le potenze totali erogate dal secondario del trasformatore sono uguali a:

$$P_2 = P_a + P_b = 40 + 34 = 74 \text{ kW} \quad Q_2 = Q_a + Q_b = 53,3 + 20 = 73,3 \text{ kvar}$$

a cui corrisponde un fattore di potenza pari a:

$$\tan \varphi_2 = \frac{Q_2}{P_2} = \frac{73,3}{74} = 0,9905 \quad \cos \varphi_2 = 0,71$$

La corrente I_2 erogata da ogni fase del trasformatore è data da:

$$I_2 = \frac{P_2}{\sqrt{3}V_2 \cos \varphi_2} = \frac{74000}{\sqrt{3} \times 380 \times 0,71} = 158,4 \text{ A}$$

La corrente nominale secondaria del trasformatore è uguale a:

$$I_{2n} = \frac{S_n}{\sqrt{3}V_{20n}} = \frac{120000}{\sqrt{3} \times 400} = 173,2 \text{ A}$$

La macchina funziona con una frazione di carico pari a: $\alpha = \frac{I_2}{I_{2n}} = \frac{158,4}{173,2} = 0,9145$

La variazione di tensione percentuale del trasformatore si può calcolare con la formula:

$$\Delta V\% = \alpha V_{cc}\% (\cos \varphi_{cc} \cos \varphi_2 + \operatorname{sen} \varphi_{cc} \operatorname{sen} \varphi_2)$$

dove il $\cos \varphi_{cc}$ si ricava dai dati della prova di corto circuito: $\cos \varphi_{cc} = \frac{P_{cc}\%}{V_{cc}\%} = \frac{1,8}{4,5} = 0,4$ da cui $\operatorname{sen} \varphi_{cc} = 0,9165$.

Si ricava: $\Delta V\% = 0,9145 \times 4,5(0,4 \times 0,71 + 0,9165 \times 0,704) = 3,82\%$

La variazione di tensione secondaria, riferita alla tensione nominale $V_{20n} = 400 \text{ V}$, è uguale a:

$$\Delta V_2 = \frac{V_{20n} \Delta V\%}{100} = \frac{400 \times 3,82}{100} = 15,3 \text{ V}$$

per cui la tensione secondaria a vuoto sarà pari a: $V_{20} = V_2 + \Delta V_2 = 380 + 15,3 = 395,3 \text{ V}$

Poiché il rapporto di trasformazione a vuoto è uguale a $K_0 = \frac{V_{1n}}{V_{20n}} = \frac{10000}{400} = 25$ la tensione primaria di alimentazione del trasformatore dovrà essere pari a:

$$V_1 = K_0 V_{20} = 25 \times 395,3 = 9882,5 \text{ V}$$

Domanda 3

Il rendimento convenzionale del trasformatore si calcola in funzione della potenza erogata P_2 e delle potenze perse desunte dalle prove convenzionali (a vuoto e in corto circuito).

Le perdite nel ferro si ritengono pari alla potenza assorbita a vuoto; poiché la tensione di prova e quella di funzionamento sono entrambe uguali a quella nominale, non occorre eseguire il riporto delle perdite a una tensione diversa:

$$P_f = P_0 = \frac{P_0\% S_n}{100} = \frac{1,5 \times 120000}{100} = 1800 \text{ W}$$

Le perdite nel rame si determinano dalla potenza di corto circuito, tenendo conto della frazione di carico:

$$P_{cu} = \alpha^2 P_{ccn} = \alpha^2 \frac{P_{cc}\% S_n}{100} = 0,9145^2 \frac{1,8 \times 120000}{100} = 1806 \text{ W}$$

La potenza assorbita dal trasformatore è data da:

$$P_1 = P_2 + P_f + P_{cu} = 74000 + 1800 + 1806 = 77606 \text{ W} \cong 77,6 \text{ kW}$$

Il rendimento del trasformatore, nella condizione di carico indicata dal testo, è uguale a:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{74}{77,6} = 0,9536$$

Domanda 4

Per determinare la potenza reattiva capacitiva della batteria di condensatori bisogna calcolare la potenza reattiva induttiva totale assorbita dal trasformatore, data da $Q_1 = Q_2 + Q_0 + Q_{cc}$ dove le potenze reattive a vuoto e in corto circuito sono pari a:

$$Q_0 = P_0 \tan \varphi_0 = 1800 \times 3,714 = 6685 \text{ var}$$

$$Q_{cc} = P_{cc} \tan \varphi_{cc} = 1806 \times 2,29 = 4138 \text{ var}$$

e quindi si ottiene: $Q_1 = 73300 + 6685 + 4138 = 84123 \text{ var} \cong 84,1 \text{ kvar}$

Per portare a 0,9 il fattore di potenza, a cui corrisponde $\tan \varphi_r = 0,4843$, la potenza reattiva induttiva totale deve scendere al valore:

$$Q_r = P_1 \tan \varphi_r = 77,6 \times 0,4843 = 37,6 \text{ kvar}$$

e la batteria di condensatori deve assorbire la *potenza reattiva capacitiva* data dalla differenza:

$$Q_c = Q_1 - Q_r = 84,1 - 37,6 = 46,5 \text{ kvar}$$