

### Applicazione A3.2

**Stima delle risposta del II ordine con il metodo dei tagli fittizi.** Si stimi la risposta elastica del II ordine della mensola di altezza  $h$  pari a 6 m, indicata in figura A3.2.1, ipotizzandola:

- a) realizzata con un colonna HE 280 A il cui momento di inerzia vale  $13673 \text{ cm}^4$ ;
- b) realizzata con un colonna HE 160 M il cui momento di inerzia vale  $5098 \text{ cm}^4$ ;

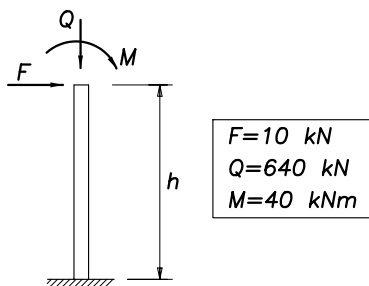


Figura A3.2.1

Si precisa che questa applicazione ha valenza puramente didattica e le strutture assunte quale riferimento non hanno associato alcun significato pratico.

**Procedura.** Il metodo dei tagli fittizi viene applicato valutando lo spostamento trasversale considerando il solo contributo flessionale, ossia trascurando il termine legato alla deformabilità a taglio della trave. Si assume come parametro per valutare la convergenza del metodo lo spostamento trasversale dell'estremo libero della mensola e si fissa un limite di tolleranza pari al 2%.

#### Soluzione a)

**Per il caso di colonna realizzata con un profilo HE 280 A:** si riportano di seguito i calcoli relativi alle iterazioni effettuate per l'approssimazione della risposta del II ordine.

*Iterazione 0:* Analisi elastica del I ordine della mensola in presenza della condizione di carico assegnata:

- calcolo dello spostamento trasversale in sommità:  $\delta_0 = \frac{Fh^3}{3EI} + \frac{Mh^2}{2EI} = 0,0502 \text{ m}$
- calcolo del taglio fittizio addizionale:  $\Delta F_0 = \frac{Q\delta_0}{h} = 5,35 \text{ kN}$
- aggiornamento della condizione di carico:  $F_1 = F + \Delta F_0 = 15,35 \text{ kN}$

*Iterazione 1:* Analisi elastica del I ordine della mensola in presenza della condizione di carico aggiornata in base ai risultati dell'iterazione 0:

- calcolo dello spostamento trasversale in sommità:  $\delta_1 = \frac{F_1 h^3}{3EI} + \frac{Mh^2}{2EI} = 0,0636 \text{ m}$

- calcolo del taglio fittizio addizionale:  $\Delta F_1 = \frac{Q\delta_1}{h} = 6,78 \text{ kN}$
- aggiornamento della condizione di carico:  $F_2 = F + \Delta F_1 = 16,78 \text{ kN}$
- controllo sulla convergenza:  $\frac{\delta_1}{\delta_0} = 1,27 \quad (>2\%)$

*Iterazione 2:* Analisi elastica del I ordine della mensola in presenza della condizione di carico aggiornata in base ai risultati dell'iterazione 1:

- calcolo dello spostamento trasversale in sommità:  $\delta_2 = \frac{F_2 h^3}{3EI} + \frac{M h^2}{2EI} = 0,0672 \text{ m}$
- calcolo del taglio fittizio addizionale:  $\Delta F_2 = \frac{Q\delta_2}{h} = 7,16 \text{ kN}$
- aggiornamento della condizione di carico:  $F_3 = F + \Delta F_2 = 17,16 \text{ kN}$
- controllo sulla convergenza:  $\frac{\delta_2}{\delta_1} = 1,06 \quad (>2\%)$

*Iterazione 3:* Analisi elastica del I ordine della mensola in presenza della condizione di carico aggiornata in base ai risultati dell'iterazione 2:

- calcolo dello spostamento trasversale in sommità:  $\delta_3 = \frac{F_3 h^3}{3EI} + \frac{M h^2}{2EI} = 0,0681 \text{ m}$
- calcolo del taglio fittizio addizionale:  $\Delta F_3 = \frac{Q\delta_3}{h} = 7,27 \text{ kN}$
- aggiornamento della condizione di carico:  $F_4 = F + \Delta F_3 = 17,27 \text{ kN}$
- controllo sulla convergenza:  $\frac{\delta_3}{\delta_2} = 1,01 \leq 2\%$

Si è quindi stimata la risposta del II ordine della struttura.

Confrontando nella sezione di base della colonna l'azione flettente del I ordine ( $F \cdot h$ ) con quella del secondo ordine ( $F \cdot h + N \cdot \delta_3$ ), è possibile notare una differenza del 44%, ossia l'analisi del I ordine sottostima in modo rilevante il momento nella sezione di incastro.

### Soluzione b)

**Per il caso di colonna realizzata con un profilo HE 160 M:** si ripete ora l'applicazione del metodo ipotizzando la colonna più flessibile.

*Iterazione 0:* Analisi elastica del I ordine della mensola in presenza della condizione di carico assegnata:

- calcolo dello spostamento trasversale in sommità:  $\delta_0 = \frac{F h^3}{3EI} + \frac{M h^2}{2EI} = 0,1345 \text{ m}$